

VYSOKÁ ŠKOLA BÁŇSKÁ – TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA
EKONOMICKÁ FAKULTA

KATEDRA FINANČÍ

Stanovení kreditního rizika portfolia dluhových aktiv

Determining the credit risk of debt assets portfolio

Studentka: Bc. Hana Kapošváryová

Vedoucí diplomové práce: Ing. Jiří Valecký, Ph.D.

Ostrava 2011

Zadání diplomové práce

Student: **Bc. Hana Kapošváryová**
Studijní program: N6202 Hospodářská politika a správa
Studijní obor: 6202T010 Finance
Specializace: 00 Finance
Téma: Stanovení kreditního rizika portfolia dluhových aktiv
Determining the credit risk of debt assets portfolio

Zásady pro vypracování:

1. Úvod
 2. Charakteristika kreditního rizika
 3. Modelování kreditního rizika
 4. Stanovení kreditního rizika vybraného portfolia dluhových aktiv
 5. Závěr
- Seznam použité literatury
Seznam zkratk
Prohlášení o využití výsledku diplomové práce
Přílohy

Seznam doporučené odborné literatury:

DA COSTA, N. L. *Market Risk Modelling*. 1st ed. London: Imperial College Press, 2001. 238 s. ISBN 1-904339-07-7.
EMBRECHTS, P.; KLUPPELBERG, C.; MIKOSCH, T. *Modelling Extremal Events: for Insurance and Finance*. 3rd Ed. Berlin: Springer Verlag, 2001. 656 s. ISBN 3-540-60931-8.
KOTZ, S.; NADARAJAH, S. *Extreme Value Distributions*. 1st Ed. London: Imperial College Press, 2000. 185 s. ISBN 978-1-86094-224-2.

Formální náležitosti a rozsah diplomové práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.

Vedoucí diplomové práce: **Ing. Jiří Valecký, Ph.D.**

Datum zadání: 26.11.2010

Datum odevzdání: 29.04.2011

Ing. Iveta Ratmanová, Ph.D.

vedoucí katedry

prof. Dr. Ing. Dana Dluhošová

děkanka fakulty

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vytvořila samostatně pod vedením Ing. Jiřího Valeckého, Ph.D. a všechny použité zdroje jsem uvedla.

V Ostravě dne 21. 6. 2011

Obsah

1 Úvod	1
2 Charakteristika kreditního rizika	2
2.1 Charakteristika rizika	2
2.2 Parametry kreditního rizika	4
2.3 Očekávaná a neočekávaná ztráta	5
2.4 Míry rizika	6
2.5 Ekonomický kapitál	9
2.6 Regulace kreditního rizika v bankovníctví	11
3 Modelování kreditního rizika	15
3.1 Strukturální modely	15
3.1.1 Mertonův model	15
3.1.2 Model KMV	22
3.1.3 CreditMetrics	23
3.2 Redukované modely	42
4 Stanovení kreditního rizika vybraného portfolia dluhových aktiv	43
4.1 Zadání řešené úlohy	43
4.2 Stanovení kreditního rizika	45
4.2.1 Scénáře vývoje aktiv a přiřazení odpovídajících ratingů	46
4.2.2 Hodnota dluhopisů na konci rizikového horizontu	48
4.2.3 Vyčíslení parametrů měření kreditního rizika	50
4.3 Vyhodnocení výsledků	51
5 Závěr	54
Seznam použité literatury	56
Seznam zkratk	
Prohlášení o využití výsledku diplomové práce	
Seznam příloh	

1 Úvod

Existuje řada finančních rizik, která jsou často navzájem propojená. Řízení finančních rizik proto hraje v každé finanční instituci významnou roli nejen pro udržení ziskovosti, ale zejména schopnosti přežít. Instituce plní roli finančního zprostředkovatele významně přispívají k hladkému fungování finančních trhů. Avšak vzhledem k charakteru služeb, které poskytují, jsou vystaveny finančním rizikům více než kdokoli jiný.

V systému finančních rizik sehraává ústřední roli kreditní (úvěrové) riziko, které představuje riziko ztráty věřitele plynoucí z úpadku (defaultu) dlužníka. Toto riziko je součástí většiny bankovních obchodů a je považováno za nejvýznamnější typ rizika pro finanční instituce po celém světě. Nejdůležitější a zároveň nejhůře kvantifikovatelnou složkou kreditního rizika je pravděpodobnost defaultu; tedy pravděpodobnost toho, že dlužník nebude schopen nebo ochoten dodržet své smluvní závazky.

Během posledních let došlo ke značnému pokroku a rozvoji v oblasti kvantifikace a řízení kreditního rizika. Způsob stanovování pravděpodobnosti defaultu se stal odlišujícím znakem mezi jednotlivými skupinami modelů úvěrového rizika.

Cílem diplomové práce je stanovit výši kreditního rizika portfolia dluhových aktiv metodou CreditMetrics.

Práce je rozdělena do pěti kapitol. Po úvodu je v druhé kapitole definován pojem úvěrového rizika, jsou popsány možnosti jeho členění, parametry a kritéria pro jeho kvantifikaci. Ve třetí kapitole jsou popsány vybrané modely měření úvěrového rizika se zaměřením na „structural“ (strukturované) modely. Ve čtvrté kapitole je aplikována metodologie CreditMetrics na konkrétní dluhové portfolio. Na závěr je uvedeno shrnutí výsledků diplomové práce.

2 Charakteristika kreditního rizika

V této kapitole je obecně popsáno a charakterizováno kreditní riziko, jednotlivé proměnné ovlivňující výši kreditního rizika a dále také obecná kritéria pro jeho kvantifikaci, konkrétně *očekávaná a neočekávaná ztráta*, *Value at Risk* a *Expected Shortfall*. V kapitole 2.6 bude stručně představen *standardizovaný přístup* pro bankovní dohled – tzv. Basel. Tato teoretická kapitola bude vycházet z dostupné odborné literatury, zejména Lütkebohmert (2009), Credit Metrics – Technical Document (1997), Zmeškal (2004) a Onder (2004).

2.1 Charakteristika rizika

Pojem „riziko“ je obecně vyjádřením nejistoty spojené s výskytem určité potenciální situace. Ve financích je riziko proměnlivost (volatilita) potenciální ztráty nebo zisku spojená s vlastnictvím aktiv nebo pasiv.

Řízení a eliminace finančních rizik je jednou z klíčových úloh finančního řízení. Tato rizika vyplývají zejména ze značné nestability finančních trhů, která se projevuje velkou volatilitou finančních aktiv i portfolií. Z věcného pohledu lze rozlišovat zejména tržní a úvěrové (kreditní) riziko. Tržní riziko je tvořeno rizikem akciovým, které je způsobené změnou ceny (kurzu) akcie, rizikem měnovým, úrokovým, opčním a komoditním.

Kreditní (úvěrové) riziko je definováno jako riziko ztráty plynoucí z úpadku (defaultu) dlužníka – jeho neschopnosti splácet své závazky. Je to tedy riziko vyplývající z možnosti selhání subjektu (dlužníka, resp. protistrany) tím, že nedostojí svým závazkům dle podmínek kontraktu.

Default (úpadek) bývá definován různě. Například ratingová agentura Moody's definuje tři typy defaultních událostí:

- a) „nastalo nesplacení nebo zpoždění výplaty úroků a/nebo jistiny, včetně zpoždění platby v rámci odkladu;
- b) emitent vyhlásí bankrot; nebo
- c) nastane nouzová výměna, kde: (i) emitent nabízí věřiteli nové cenné papíry nebo balíček cenných papírů, které snižují částku finančního závazku (jako

jsou preferované nebo běžné akcie, nebo dluh s nižším kupónem), nebo (ii) má tato směna zjevný účel pomoci dlužníkovi vyhnout se defaultu.“¹

Agentura Standard&Poor's (dále jen „S&P“) definuje default obecně jako „nesplacení jistiny nebo úroků ke dni splatnosti dle podmínek uzavřeného kontraktu.“²

Úvěrové riziko je převládajícím typem rizika v činnosti finančních institucí. Například dle studie Boston Consulting Group (2001) označilo úvěrové riziko jako nejdůležitější typ rizika 52 % oslovených bank, pojišťoven a finančních institucí. Úvěrové riziko může být členěno na **přímé úvěrové riziko**, což je klasické riziko ztráty ze selhání protistrany u příslušných rozvahových položek (např. dluhopisy či úvěry), **riziko úvěrových ekvivalentů**, tedy riziko ztráty ze selhání protistrany u podrozvahových položek (např. poskytnuté bankovní záruky či deriváty), **riziko změny úvěrového hodnocení**, které představuje riziko ztráty ze ztížené možnosti získat za přijatelné náklady finanční prostředky vlivem snížení oficiálního ratingového hodnocení, **vypořádací riziko**, což je riziko ztráty ze selhání finanční transakce ve fázi vypořádání, kdy příslušná hodnota byla partnerovi dodána, ale smluvní protihodnota ještě ne a **riziko úvěrové angažovanosti** představující riziko ztráty z „překoncentrování“, tedy z nadměrné úvěrové expozice zaměřené jen na určité státy, průmyslové sektory apod.

Úvěrové riziko může být dekomponováno na dvě základní složky – inherentní riziko a riziko ztráty.

Inherentní riziko produktu je dáno odhadem velikosti ztráty, která nastane nesplněním závazků druhou stranou. U klasických úvěrových expozic (dluhopis či úvěr) je tato částka snadno zjištělná, neboť je rovna nominální hodnotě včetně příslušenství. V případě ostatních bankovních obchodů (např. finanční deriváty) je kvantifikace inherentního rizika složitější; často je nutné modelovat ostatní finanční veličiny.

Riziko ztráty bývá definováno jako pravděpodobnost nastání ztráty z důvodu expozice v kreditním riziku. Jednodušší modely se věnují pouze odhadu pravděpodobnosti defaultu, složitější modely se zabývají i odhadem toho, že u daného nástroje dojde k růstu nebo poklesu ceny vyvolané změnou úvěrové kvality.

¹ <http://www.moodyskmv.com/research/whitepaper/02defstudy.pdf>, strana 23

² <http://www.standardandpoors.com/prot/ratings/articles/en/eu/?assetID=1245294344416>, Apendix 1

2.2 Parametry kreditního rizika

Hlavní potíže při modelování kreditního rizika vyvstávají z toho, že úpadky společností jsou poměrně řídkým jevem a nastávají neočekávaně. Když však default nastane, často způsobí věřiteli velké ztráty, jejichž velikost není dopředu známa. Pravděpodobnost úpadku jistého dlužníka může být velmi malá, ale téměř nikdy není rovna nule. Nejistota, zda dlužník bude „defaultovat“ či ne, je měřena pomocí **pravděpodobnosti úpadku dlužníka**. Značí se *PD* (*Probability of Default*) a bývá stanovena v rámci jistého časového horizontu (např. jednoho roku) a vyjadřuje tedy riziko úpadku dlužníka před tímto časovým horizontem. *PD* je výchozí charakteristikou při modelování a kvantifikaci úvěrového rizika a její výpočet závisí na zvolené metodě. Odrazem *PD* je tzv. riziková přírážka nad úvěrově bezrizikovou sazbu.³ Tato přírážka je ekvivalentní potenciální ztrátě, která plyne z úpadku dlužníka a kompenzuje tedy riziko věřitele.

Veličinou, úzce související s inherentním rizikem, je **úvěrová expozice** (*EAD – Exposure at Default*), která představuje výši pohledávky věřitele v okamžiku defaultu dlužníka.

Úpadek dlužníka neznamena, že věřitel nutně ztratí všechny půjčené prostředky. Existuje šance, že získá část své pohledávky zpět. Jak velká část to bude, určuje tzv. **recovery rate** (*rr*), což je míra návratnosti, která určuje, jakou část úvěrové expozice získá věřitel v případě defaultu dlužníka.

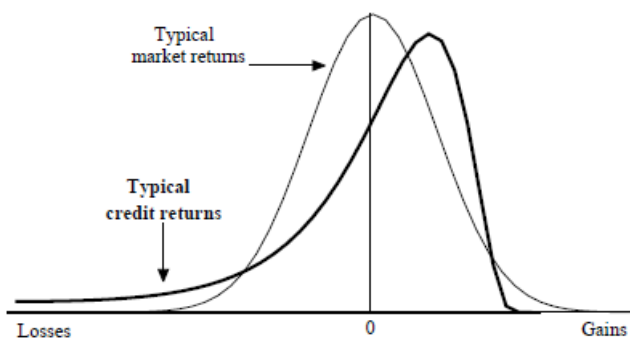
Veličina, reprezentující výši ztráty v případě defaultu, je nazývána **ztráta při úpadku** (*LGD – Loss Given Default*) a je úzce spojena s recovery rate. Je-li např. recovery rate 30 %, poté je *LGD* 70 % úvěrové expozice. V případě, že model kreditního rizika připouští pouze konstantní hodnotu pro *LGD*, obvykle se volí hodnoty mezi 45 % a 80 %, viz Lütkebohmert (2009).

Přístupy k modelování úvěrového rizika jsou popsány v Kapitole 3. Tyto přístupy se liší od přístupů používaných k modelování rizik tržních. Hlavním důvodem jsou specifické vlastnosti kreditního rizika, konkrétně nedostatek vstupních dat ve srovnání s tržním rizikem a asymetrie rozdělení výnosů kreditního rizika, jak je znázorněno na Obr. 2.1. Je vidět, že rozdělení pravděpodobnosti tržních výnosů je relativně symetrické a lze je dobře aproximovat

³ Úvěrově bezriziková sazba bývá vyjádřena výnosem státních cenných papírů, u nichž se předpokládá neexistence úvěrového rizika.

normálním rozdělením. Na druhou stranu rozdělení pravděpodobnosti kreditních výnosů je zkosené a má tzv. těžký konec. Pro kreditní výnosy je charakteristická vysoká pravděpodobnost dosažení malých zisků a nízká pravděpodobnost vysokých ztrát.

Obr. 2.1 Rozdělení pravděpodobnosti tržních a kreditních výnosů



Zdroj: CreditMetrics – Technical Document

2.3 Očekávaná a neočekávaná ztráta

Ačkoliv nelze přesně předpovědět výši ztráty, kterou věřitel utrží během určitého časového horizontu, lze odhadnout průměrnou úroveň kreditních ztrát plynoucích z držby daného dluhového portfolia. Tato ztráta se nazývá očekávaná ztráta (EL – *Expected Loss*) a je definována jako pravděpodobnostně vážená ztráta v případě úpadku. Očekávaná ztráta pro portfolio s N dlužníky se určí dle vztahu:

$$EL = \sum_{n=1}^N EAD_n \cdot LGD_n \cdot PD_n, \quad (2.1)$$

kde EAD_n je úvěrová expozice n -tého dlužníka, LGD_n je ztráta při úpadku a PD_n pravděpodobnost úpadku n -tého dlužníka.

Z pohledu teorie pravděpodobnosti se očekávaná ztráta rovná střední hodnotě náhodné veličiny vyjadřující ztrátu dluhového portfolia.

Jedním z hlavních důvodů, proč banky drží kapitál, je vytvoření ochrany proti ztrátám, které překročí výši očekávané ztráty. Tyto neočekávané ztráty (UL – *Unexpected Loss*) jsou výsledkem pravděpodobnostní povahy úvěrového rizika. Jedná se o rizikovou prémii, kterou investor požaduje při investici do daného aktiva s faktorem úvěrového rizika.

Kreditní riziko tedy může být rozštěpeno na očekávané ztráty, které mohou být předpovězeny a relativně snadno řízeny; a na neočekávané ztráty, které se kvantifikují obtížněji. Pokud by ztráty byly stejné každý rok, neexistovalo by žádné riziko. Riziko však plyne ze skutečnosti, že ztráty se nepředvídatelně mění, což vyjadřuje neočekávaná ztráta.

2.4 Míry rizika

V této kapitole jsou popsány dvě základní míry rizika, kterými jsou **Value at Risk** a **Expected Shortfall**. Value at Risk je velmi rozvinutou a v praxi pravděpodobně nejrozšířenější metodologií pro měření velikosti rizika a řízení ekonomického kapitálu, která slouží k omezení potenciálních velkých ztrát. Hodnota *Value-at-Risk* vyjadřuje maximální možnou ztrátu; tato ztráta není na dané hladině pravděpodobnosti (rizika) v daném časovém období překročena.

Definice 2.1 (*VaR*)⁴

Mějme hladinu pravděpodobnosti $q \in (0,1)$. Poté *Value-at-Risk* (*VaR*) portfolia s náhodnou ztrátou L a hladinou pravděpodobnosti q je dán jako takové nejmenší reálné x , že pravděpodobnost toho, že L překročí x není větší než $(1 - q)$. Formálně tedy

$$VaR_q(L) = \inf \{x \in R : P(L > x) \leq 1 - q\} = \inf \{x \in R : F_L(x) \geq q\},^5 \quad (2.2)$$

kde $F_L(x) = P(L \leq x)$ je distribuční funkce náhodné ztráty.

VaR je tedy kvantil rozdělení pravděpodobnosti ztráty. Obecně může být *VaR* odvozen pro časové periody různé délky a pro různé hladiny pravděpodobnosti. Zpravidla je však při řízení kreditního rizika uvažována časová perioda jednoho roku a typické hladiny spolehlivosti jsou 99 % nebo 99,5 %. V současnosti jsou běžné spíše vyšší hodnoty hladiny spolehlivosti, například Basel II pracuje s hodnotou 99,9 %. Mnoho bank dokonce uvažuje hodnotu 99,98 %; chtějí demonstrovat externím ratingovým agenturám, že jejich solventnost koresponduje s dosaženým ratingovým ohodnocením.

⁴ Lütkebohmert (2009, strana 13)

⁵ Zkratka „inf“ značí infimum, což je největší dolní ohraničení množiny. Číslo β se nazývá infimum množiny M právě tehdy, když: $\forall x \in M : x \geq \beta$; a zároveň $(\forall x_0 > \beta) \exists x \in M : x < x_0$.

Definice 2.2 (*VaR* pro normální rozdělení)

Jestliže má náhodná ztráta L normální rozdělení se střední hodnotou μ a směrodatnou odchylkou σ , poté je pro hladinu pravděpodobnosti $q \in (0,1)$:

$$VaR_q(L) = \mu + \sigma \cdot \Phi^{-1}(q), \quad (2.3)$$

kde Φ je distribuční funkce normálního normovaného rozdělení a $\Phi^{-1}(q)$ značí q -tý kvantil normálního normovaného rozdělení.

Předpoklad normality pravděpodobnostního rozdělení je však velmi problematický, protože empirická rozdělení pravděpodobnosti finančních časových řad jsou leptokurtická⁶ a často i zešikmená. Poté vede předpoklad normality k nadhodnocení *VaR* na relativně vysoké hladině spolehlivosti a naopak k podhodnocení při relativně nízké hladině pravděpodobnosti.

Další míra rizika, tzv. *Expected Shortfall* (*ES*) je úzce spojen s *VaR*. Nepracuje však s fixní hladinou spolehlivosti, ale průměruje hodnoty *VaR* přes všechny hladiny spolehlivosti u , pro které platí, že $u \geq q$, $q \in (0,1)$. Formálně je *ES* definován následovně.

Definice 2.3 (*Expected Shortfall*)⁷

Pro ztrátu L se střední hodnotou $E[|L|] < \infty$ a distribuční funkcí F_L je *Expected Shortfall* (*ES*) na hladině spolehlivosti $q \in (0,1)$ definován jako:

$$ES_q = \frac{1}{1-q} \int_q^1 VaR_u(L) du. \quad (2.4)$$

Z uvedené definice je zřejmé, že $ES_q \geq VaR_q$. Jestliže je náhodná ztráta integrovatelná se spojitou distribuční funkcí F_L , poté pro jakékoliv $q \in (0,1)$ platí lemma:⁸

$$ES_q = \frac{E[L; L \geq VaR_q(L)]}{1-q} = E[L : L \geq VaR_q(L)] \quad (2.5)$$

⁶ Leptokurtické rozdělení pravděpodobnosti je ve srovnání s normálním rozdělením špičatější a má tzv. tlusté konce (*Fat Tails*).

⁷ Lütkebohmert (2009, strana 15)

⁸ Lemma v matematice značí dokázané tvrzení, které se bere jako fakt a používá jako mezikrok k provedení důkazu nějakého složitějšího tvrzení.

V této situaci může být ES interpretován jako očekávaná ztráta, která vznikne tehdy, když je VaR překročen. Jedná se tedy v podstatě o očekávanou ztrátu, která překročí hodnotu VaR na dané hladině pravděpodobnosti.

Definice 2.4 (ES pro normální rozdělení)

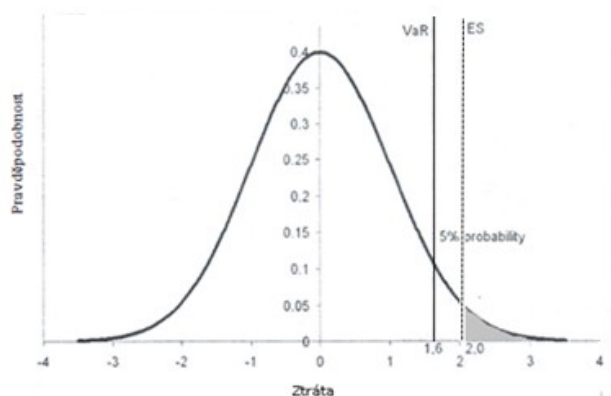
Jestliže má náhodná ztráta L normální rozdělení s distribuční funkcí F_L , střední hodnotou μ a směrodatnou odchylkou σ , poté při fixní hladině pravděpodobnosti $q \in (0,1)$ platí:

$$ES_q = \mu + \sigma \frac{\phi(\Phi^{-1}(q))}{1-q}, \quad (2.6)$$

kde ϕ je hustota normálního normovaného rozdělení.

Na Obr. 2.2 je znázorněna hustota normálního normovaného rozdělení. Na plné vertikální čáře je zachycen VaR na hladině 95 % (hodnota VaR je 1,6) a přerušovaná svislá čára zachycuje ES na stejné hladině (ES je 2,0). Velikost ztráty, které bude dosaženo s pravděpodobností 5 %, je dána šedě vybarvenou plochou pod křivkou grafu

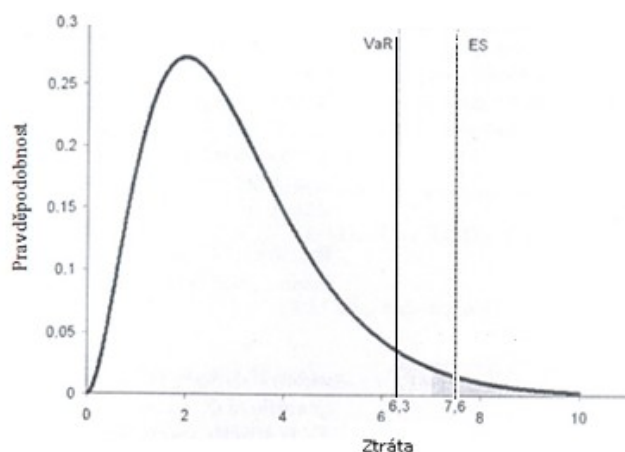
Obr. 2.2 VaR a ES normálního normovaného rozdělení



Zdroj: Lütkebohmert (2009)

Pro rozdělení pravděpodobnosti s těžkým koncem je rozdíl mezi VaR a ES ještě výraznější. Hustota gama rozdělení $\Gamma(3,1)$ je znázorněna na Obr. 2.3. Plná svislá čára opět znázorňuje VaR a přerušovaná ES . Z Obr. 2.2 a 2.3 je vidět, že hodnota ES je vždy vyšší než hodnota VaR .

Obr. 2.3 *VaR* a *ES* gama rozdělení



Zdroj: Lütkebohmert (2009)

2.5 Ekonomický kapitál

Koncept ekonomického kapitálu (*EC*) je široce rozšířeným přístupem, zejména pro bankovní interní modely kreditního rizika. Cílem je změření rizik daného subjektu a stanovení odpovídající výše kapitálu banky, tedy *EC*.

Povinnost počítat *EC* je bankám dána regulatorními předpisy (Basel II), které jsou v Evropské unii implementovány ve formě směrnic 2006/48/ES a 2006/49/ES a v České republice ve formě Vyhlášky ČNB č. 123/2007 Sb., o pravidlech obezřetného podnikání bank, spořitelních a úvěrních družstev a obchodníků s cennými papíry.

Definice 2.5 (*Ekonomický kapitál*)⁹

Ekonomický kapitál (EC_q) je pro danou hladinu pravděpodobnosti q definován jako *Value-at-Risk* ztráty portfolia na dané hladině pravděpodobnosti q minus očekávaná ztráta portfolia, tedy:

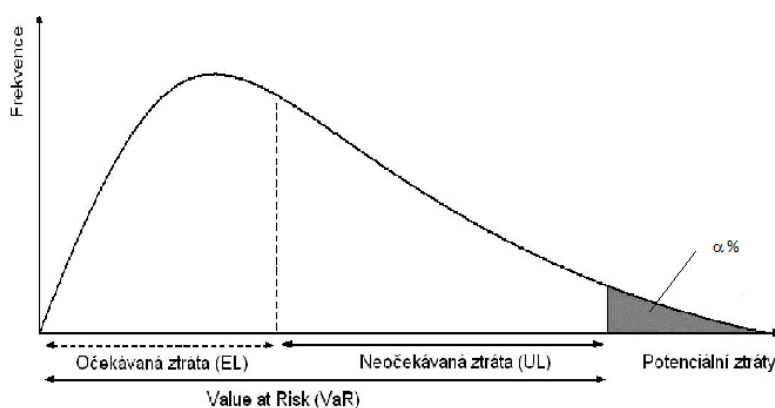
$$EC_q = VaR_q(L) - EL. \quad (2.7)$$

⁹ Lütkebohmert (2009, strana 17)

Například pro úroveň spolehlivosti 99,98 % může být EC_q interpretován jako přiměřená výše kapitálu pro pokrytí neočekávaných ztrát v 9 998 případech z 10 000, za předpokladu ročního časového horizontu.

Na Obr. 2.4 je zobrazeno celkové rozdělení ztrát z dluhového portfolia, které je typicky zdola ohraničeno nulou a má kladnou šikmost. Je vidět, že hodnota VaR může být rozdělena na část pokrývající očekávanou ztrátu a část obsahující neočekávanou ztrátu. Očekávaná ztráta by v případě bank měla být kryta opravnými položkami. Ekonomický kapitál se poté stanovuje tak, aby pokryl neočekávanou ztrátu. Pravděpodobnost, že banka bude po dobu dané časové periody (jednoho roku) solventní, je poté rovna $1 - \alpha$.

Obr. 2.4 Rozdělení pravděpodobnosti ztrát z úvěrového portfolia



Zdroj: <http://www2.humusoft.cz/www/papers/finsem08/Nemecek.pdf>

V krajním případě může banka v daném období ztratit celé úvěrové portfolio. Avšak držet dostatečné množství kapitálu jako obranu proti této nepravděpodobné události je ekonomicky neefektivní. Protože banky chtějí dosáhnout zisku a většinu kapitálu tedy vhodně investovat, mají tendenci minimalizovat výši drženého kapitálu. Úkolem risk managementu ve finančních institucích je poté najít rovnováhu a optimální výši drženého kapitálu.

Modely kreditního rizika jsou obecně používány pro odhad ekonomického kapitálu, který je potřebný pro pokrytí rizik spojených s úvěrovými aktivitami. Pro kvantifikaci úvěrového rizika existují dva základní přístupy; tzv. „Default-mode“ a „Mark-to-market“ modely.

„Default-mode“ modely, kdy se dlužník na konci rizikového horizontu může nacházet ve dvou stavech – selhání či nesehání. Úvěrové riziko poté vychází ze selhání dlužníka (z jeho defaultu). Mezi tyto modely patří např. KMV model či CreditRisk+, viz dále.

„Mark-to-market“ modely, u kterých se na konci rizikového horizontu dlužník může nacházet v kterémkoliv z n definovaných ratingových stupňů, včetně stupně selhání. V rámci těchto modelů vyplývá úvěrové riziko z rizika přechodu dlužníka do nižšího ratingového stupně. Do této skupiny modelů patří např. CreditMetrics, viz Kapitola 3.4.

2.6 Regulace kreditního rizika v bankovníctví

Schopnost a ochota bank brát na sebe riziko, které je spojeno s půjčováním peněžních prostředků a podporou rizikových investic značně přispívalo a stále přispívá k celosvětovému ekonomickému růstu. Na druhou stranu však nezvládnutí tohoto rizika často vedlo ke krachům bank. Proto se přístupy k měření a řízení úvěrového rizika staly jedním z nejdůležitějších témat bankovníctví a financí obecně a především v druhé polovině devadesátých let minulého století vznikla celá řada nových metod měření a řízení kreditního rizika.

Stanovení kapitálového požadavku dle Basel I

Významným mezníkem byl rok 1988, kdy byla Bankou pro mezinárodní platby přijata Basilejská dohoda *BCA (The Basel Capital Accord)*, tzv. Basel I. Cílem tohoto konceptu bylo „přinutit“ banky držet odpovídající množství kapitálu, aby bylo sníženo riziko jejich insolvence.

Basel I byl zaměřen zejména na kreditní riziko, jakožto nejdůležitější riziko v bankovníctví. Dle tohoto konceptu je kapitálový požadavek na kapitál banky stanoven následovně:

$$\text{Kapitál} \geq 0,08RVA,$$

kde RVA jsou rizikově vážená aktiva; rizikové váhy jsou uvedeny v Tabulce 2.1. Je vidět, že přiřazení rizikových vah záviselo pouze na typu dlužníka, nikoliv na jeho ratingovém hodnocení. Tato skutečnost byla jednou ze zásadních nedostatků Baselu I.

Tabulka 2.1 Rizikové váhy dle Basel I

Riziková váha (v %)	0	10	50	100
Kategorie dlužníka	Stát	Banky	Hypotéky	Společnosti a maloobchodní klienti

Zdroj: Lütkebohmert (2009)

Protože se tento přístup nezabýval tržním rizikem, byl v roce 1996 Basel I upraven, avšak hlavní kritika tohoto konceptu přetrvávala. Metoda totiž dostatečně nereflektovala skutečná rizika, neboť byly při výpočtech používány stejné rizikové váhy pro všechny podniky a nezáleželo na tom, zda měly vysoké nebo nízké ratingové ohodnocení.

Reakcí na tyto nedostatky byl vznik Nové dohody o kapitálové přiměřenosti (*NBCA – New Basel Capital Accord*), tzv. Basel II a rovněž banky začaly vyvíjet své vlastní modely, tzv. *internal models*.

Basel II je postaven na třech pilířích; první pilíř se zabývá kapitálovými požadavky, druhý dohledem (proces prověření regulátorem) a třetí tzv. tržní disciplínou.

Stanovení kapitálového požadavku dle Basel II

Pro potřeby určení kapitálového požadavku je nutné krytí kreditního rizika rozdělit na očekávanou a neočekávanou ztrátu (viz Kapitola 2.3). Na očekávanou ztrátu musí banka dle opatření České národní banky č. 9/2002 vytvářet opravné položky a rezervy. Neočekávaná ztráta, která je v podstatě vychýlením skutečně realizované ztráty od ztráty očekávané, má být kryta kapitálem banky; banka musí držet svůj kapitál minimálně ve výši stanoveného minimálního kapitálového požadavku.

Kapitálová přiměřenost (*KP*) je dána vztahem:

$$KP := \frac{\text{kapitál}}{RVA + 12,5(KP_{TR} + KP_{OP})} \geq 0,08, \quad (2.8)$$

kde *kapitál* je tvořen složkami tier1, tier2 a tier3¹⁰; KP_{tr} je kapitálový požadavek na tržní riziko a KP_{op} představuje kapitálový požadavek na operační riziko. Kapitálový požadavek na kreditní riziko se vypočte dle vztahu:

$$KP_{kr} = RVA \cdot 0,08,$$

kde *RVA* jsou opět rizikově vážená aktiva a lze je v rámci kreditního rizika v Basel II stanovit dvěma způsoby:

- standardizovanou metodou,
- metodou vnitřních ratingů (*IRB – Internal Rating Based Approach*).

¹⁰ Více viz 3/1999 Opatření ČNB ze dne 28. 6. 1999, § 63.

Standardizovaná metoda

V případě standardizované metody jsou rizikové váhy definovány v závislosti na ratingovém ohodnocení, viz Tabulka 2.2. Přitom je nutný souhlas regulátora se systémem ratingu externích ratingových agentur, které musí splňovat několik základních kritérií.

Tabulka 2.2 Rizikové váhy

Ratingové hodnocení Standard and Poor's	Rizikové váhy pro pohledávky za:	
	centrálními vládami	obchodními společnostmi
AAA až AA-	0 %	20 %
A+ až A-	20 %	50 %
BBB+ až BBB-	50 %	100 %
BB+ až BB-	100 %	100 %
B+ až B-	100 %	150 %
pod B-	150 %	150 %
Nehodnocené	100 %	100 %

Zdroj: Novotný (2006)

Metoda vnitřních ratingů

Existuje základní přístup vnitřních ratingů (*Foundation IRB Approach*) a zdokonalený přístup (*Advanced IRB Approach*). V obou případech banka sama odhaduje pravděpodobnost defaultu klienta (*PD*); musí přitom přijmout jednotnou definici *PD*, aby byl zajištěn konzistentní přístup k odhadu tohoto parametru a aby nedocházelo k jeho podhodnocení.

Při použití pokročilého *IRB* může banka (po splnění stanovených kvalitativních požadavků) použít vlastní odhad i pro ostatní klíčové parametry, kterými jsou ztráta daná defaultem (*LGD*) úvěrová expozice (*EAD*), zacházení s garancemi a kreditními deriváty a splatnost úvěru. Parametr *LGD* je pro základní přístup nastaven na 45 % a u podřízeného dluhu na 75 %. Úvěrová expozice se u základního přístupu u rozvahových aktiv rovná hodnotě nesplacených pohledávek snížených o opravné položky, u podrozvahových aktiv se vychází z úvěrových ekvivalentů zkonstruovaných pomocí příslušných konverzních faktorů

Basel III

První verze Baselu III byla vydána Basilejským výborem pro bankovní dohled na konci roku 2009 jako reakce na finanční krizi. Navrhovaná regulační opatření by měla snížit pravděpodobnost krizí a posílit odolnost a spolehlivost bankovního sektoru. Hlavními

cíly této reformy je tedy dosáhnout zlepšení schopnosti bankovního sektoru odolávat finančním a ekonomickým šokům, zlepšení řízení rizik a posílení transparentnosti.

Základní změnou Baselu III je požadavek na navýšení kapitálové přiměřenosti bank, konkrétně posílení významu tier1. Reforma dále zavádí dva nové ukazatele likvidity, konkrétně *LCR (Liquidity Coverage Ratio)* a *NSFR (Net Stable Funding Ratio)*.

3 Modelování kreditního rizika

V této kapitole jsou prezentovány vybrané přístupy k měření kreditního rizika. Konkrétně budou popsány dvě hlavní skupiny modelů úvěrového rizika, které využívají pro jeho kvantifikaci tržní indikátory úvěrové kvality: *strukturální modely* a *redukované modely*. Důraz bude kladen na strukturální modely, jmenovitě na metodu CreditMetrics, která bude dále aplikována v praktické části této práce.

Kromě modelů založených na tržních datech, které jsou popsány v této kapitole, existují také tzv. klasické přístupy k měření kreditního rizika založené na účetních datech a metody využívající subjektivního úsudku založeném na zkušenostech.

3.1 Strukturální modely

Modely řízení kreditního rizika mohou být rozděleny do dvou základních skupin; **strukturální modely** (modely hodnoty aktiv) na straně jedné a **redukované modely** (default-rate modely) na straně druhé.

Strukturální modely představují takový přístup k měření kreditního rizika, kdy je hodnota instrumentů s faktorem úvěrového rizika vyjádřena jako funkce charakteristik aktiv dané firmy. Pro tyto modely je typické, že modelují úpadek dlužníka v závislosti na jeho kapitálové struktuře. Prvním ze strukturálních modelů byl **Mertonův model** (1974), který modeluje default firmy na základě vztahu mezi tržním objemem aktiv a nominálním objemem dluhu firmy na konci uvažované časové periody. Vývoj tržní hodnoty aktiv je přitom modelován jako Brownův geometrický proces.

Redukované modely jsou nezávislé na kapitálové struktuře firmy. Považují úpadek firmy za jev daný firmě exogenně; nepovažují tedy default za událost danou endogenně vývojem tržní hodnoty aktiv. Redukované modely budou podrobněji popsány v Kapitole 3.2.

3.1.1 Mertonův model

Mertonův model je předchůdcem všech modelů hodnoty aktiv. Ačkoliv bylo od jeho uvedení v roce 1974 vydáno mnoho rozšiřujících modelů, zůstává původní Mertonův model

stále využívaný v praxi analýzy úvěrového rizika, viz Merton (1974), Lütkebohmert (2009) a Crouhy, Galai a Mark (2000).

Původní Mertonův model je založen na řadě zjednodušujících předpokladů, které jsou často nerealistické:

- Akciový trh zahrnuje do cen akcií všechny veřejně dostupné informace o pravděpodobnostech selhání.
- Závazky firmy sestávají pouze z jednoho dluhopisu s nulovým kupónem a nominální hodnotou F .
- Struktura dluhu se po celou dobu nemění a chování společnosti není ovlivněno tím, jak blízko je k defaultu.
- Firma může „defaultovat“ pouze na konci časového období T , ne dříve. Jestliže hodnota firmy „spadne“ pod limitní úroveň před dobou splatnosti dluhu, ale firma je schopna se zotavit a splnit své závazky v době jejich splatnosti, vyhne se defaultu (protože nemá žádné kupónové platby).
- Hodnota aktiv firmy má logaritmicko-normální rozdělení.
- Hodnota firmy se vyvíjí dle Brownova geometrického procesu.
- Úroková sazba je konstantní.
- Akcionářům nejsou vypláceny žádné průběžné platby (například dividendy).
- Úpadek je beznákladový.
- V případě bankrotu je striktně zachováno pořadí pohledávek.

Kromě těchto předpokladů musí být přijaty i předpoklady ohledně trhu:

- Na trhu neexistuje arbitráž.
- Přístup k prodeji nakrátko je neomezený.
- Zapůjčování a vypůjčování prostřednictvím peněžního trhu může být provedeno za stejnou bezrizikovou sazbu.
- Agenti jsou cenoví příjemci (*price takers*), tedy obchodování neovlivní cenu.
- Nejsou zde žádné transakční náklady ani daně.

Merton představil svůj model s těmito předpoklady s využitím Black-Scholesova modelu oceňování opcí. Základem bylo poznání, že na vlastní kapitál firmy může být pohlíženo jako na evropskou call opci na aktiva dané společnosti. Hodnota firmy je značena V . Realizační cena této opce je účetní hodnota závazků (F) a opce se uplatňuje v čase T (T je i

splatnost dluhu). Hodnota firemních aktiv v čase t (V_t) je dána jako součet závazků a vlastního kapitálu (E_t):

$$V_t = E_t + F_t, \text{ pro } 0 \leq t \leq T. \quad (3.1)$$

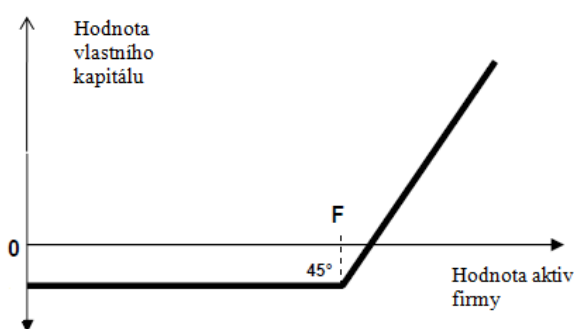
V okamžiku T mohou nastat pouze dva možné scénáře. Hodnota firemních aktiv může převýšit hodnotu dluhu ($V_T > F$). V tom případě je věřitelům splacen dluh a akcionáři obdrží zbytkovou hodnotu $E_T = V_T - F$. Default tedy nenastal. Druhou možností je to, že hodnota firemních aktiv je nižší nebo rovna hodnotě dluhu ($V_T \leq F$). Firma tedy nemůže splnit své finanční závazky a „defaultuje“. Věřitelé přebírají veškerá aktiva firmy a akcionáři nezískají nic, tedy $F_T = V_T, E_T = 0$. Náklady a maximální možná ztráta pro akcionáře je tedy dána cenou, kterou zaplatili za nákup akcií.

Hodnota vlastního kapitálu pro akcionáře v okamžiku T je dána kombinací výše uvedených možností:

$$E_T = \max(0; V_T - F). \quad (3.2)$$

Na Obr. 3.1 je graficky znázorněn způsob, jakým může být na vlastní kapitál pohlíženo jako na call opci na hodnotu firemních aktiv.

Obr. 3.1 Hodnota vlastního kapitálu v době splatnosti



Zdroj: Vlastní konstrukce

Obdobně, věřitelé obdrží v době splatnosti částku D_T :

$$D_T = \min(V_T, F). \quad (3.3)$$

Mertonův model patří mezi „default-mode“ modely, kdy v době splatnosti mohou nastat pouze dvě možnosti: společnost bankrotuje (nastal default) nebo ne. Přitom default nastane, jestliže v době splatnosti dluhu je hodnota aktiv firmy pod hodnotou jejích závazků.

Jak bylo stanoveno v předpokladech modelu, hodnota firmy se vyvíjí dle Brownova geometrického procesu (GBP). U GBP se cena vyvíjí exponenciálním trendem, který má velké uplatnění ve finančním modelování. Rovnice GBP je následující:

$$dV_t = \mu V_t dt + \sigma_V V_t dW_t, \quad \text{pro } 0 \leq t \leq T, \quad (3.4)$$

kde V je hodnota firemních aktiv, μ je střední hodnota očekávaného výnosu, σ_V je volatilita hodnoty aktiv a dW je Wienerův proces, který vychází ze dvou předpokladů:

- predikované ceny jsou ovlivněny pouze aktuální cenou (a ne cenami historickými),
- změny cen jsou v čase nezávislé.

Wienerův proces je definován následovně:

$$W_t - W_0 \equiv dW = W \cdot \sqrt{dt}, \quad (3.5)$$

kde W je náhodná proměnná z normálního normovaného rozdělení $N(0;1)$.

Řešení stochastické diferenciální rovnice (3.4) pro počáteční hodnotu V_0 je pro časový okamžik T následující:

$$V_T = V_0 \exp\left((\mu - \frac{1}{2}\sigma_V^2)T + \sigma_V W_T\right), \quad (3.6)$$

což lze upravit:

$$\ln V_T = \ln V_0 + (\mu - \frac{1}{2}\sigma_V^2)T + \sigma_V W_T. \quad (3.7)$$

Poté platí:

$$\ln V_T \sim N\left[\ln V_0 + (\mu - \frac{1}{2}\sigma_V^2)T; \sigma_V^2 T\right]. \quad (3.8)$$

Protože přirozený logaritmus V_T je (jak ukazuje rovnice (3.8)) normálně rozdělený, je hodnota firmy v době splatnosti dluhu (V_T) log-normálně rozdělená. Tento předpoklad je poměrně striktní, avšak jak tvrdí Crouhy a spol. (2000), aktuální reálná data potvrzují tuto

hypotézu. Protože směrodatná odchylka $\ln V_T$ je lineární funkcí \sqrt{T} , platí, že nejistota ohledně budoucího vývoje hodnoty firmy roste s rostoucí dobou do splatnosti.

Použitím tzv. Itoovy lemmy¹¹ na rovnici (3.4) lze získat následující rovnice:

$$dE = \left(\frac{\partial E}{\partial t} + rV \frac{\partial E}{\partial V} + \frac{1}{2} \sigma_V^2 V^2 \frac{\partial^2 E}{\partial V^2} \right) dt + \sigma_V V \frac{\partial E}{\partial V} dW \quad (3.9)$$

a po několika krocích je dosaženo:

$$\frac{\partial E}{\partial t} + rV \frac{\partial E}{\partial V} + \frac{1}{2} \sigma_V^2 V^2 \frac{\partial^2 E}{\partial V^2} - rE = 0, \quad (3.10)$$

kde t značí časový okamžik, r je bezriziková úroková sazba a σ_V je volatilita firemních aktiv.

Rovnice (3.10) může být vyřešena s využitím podmínky (3.2):

$$E = VN(d_1) - Fe^{-rT} N(d_2), \quad (3.11)$$

kde F je výše dluhu, $N(\cdot)$ je distribuční funkce normálního normovaného rozdělení¹²,

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{V}{F}\right) + \left(r + \frac{\sigma_V^2}{2}\right)T}{\sigma_V \sqrt{T}} \quad (3.12)$$

a

$$d_2 = d_1 - \sigma_V \sqrt{T} = \frac{\ln\left(\frac{V}{F}\right) + \left(r - \frac{\sigma_V^2}{2}\right)T}{\sigma_V \sqrt{T}}. \quad (3.13)$$

Pravděpodobnost úpadku dlužníka (PD) v čase T je v Mertonově modelu pravděpodobnost, že tržní hodnota firemních aktiv bude nižší než účetní hodnota firemních závazků. Formálně zapsáno v čase 0:

¹¹ Itoův proces je jedním z obecných typů stochastických procesů a pro proměnnou x je definován jako $dx = a(x; t)dt + b(x; t)dW$,

kde $a(\cdot)$ je přírůstek a $b(\cdot)$ směrodatná odchylka změny proměnné. Itoova lema pro funkce, jejichž proměnnými jsou stochastické procesy dle Itoova procesu a čas, tedy $G = f(x, t)$, je definována následovně:

$$dG = \left[\left(\frac{\partial G}{\partial x} a(\cdot) \right) + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 G}{\partial x^2} b^2(\cdot) \right] dt + \frac{\partial G}{\partial x} b(\cdot) dW.$$

¹² $N(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^y e^{-\frac{u^2}{2}} du$

$$PD = P(V_T \leq F), \quad (3.14)$$

a z vlastností přirozeného logaritmu:

$$PD = P(\ln V_T \leq \ln F). \quad (3.15)$$

Substitucí z rovnice (3.7) může být PD určena jako:

$$PD = P(\ln V_0 + (\mu - \frac{1}{2}\sigma_V^2)T + \sigma_V W_T \leq \ln F). \quad (3.16)$$

Protože má náhodná složka výnosů firmy (W_T) normované normální rozdělení $N(0,1)$, může být pravděpodobnost úpadku definována v podmínkách normálního rozdělení; tedy:

$$PD = N\left(-\frac{\ln(\frac{V}{F}) + (\mu - \frac{\sigma_V^2}{2})T}{\sigma_V \sqrt{T}}\right). \quad (3.17)$$

Pomocí rovnice (3.17) je tedy možné určit pravděpodobnost úpadku společnosti v době splatnosti T . Bývá definována také tzv. vzdálenost do úpadku (DD – *Distance to Default*). Jedná se o počet směrodatných odchylek, které dělí firmu od úpadku. Čím vyšší je hodnota DD , tím lepší je situace dané společnosti, protože vyšší DD znamená větší vzdálenost od defaultu. DD bývá vyjadřována jako:

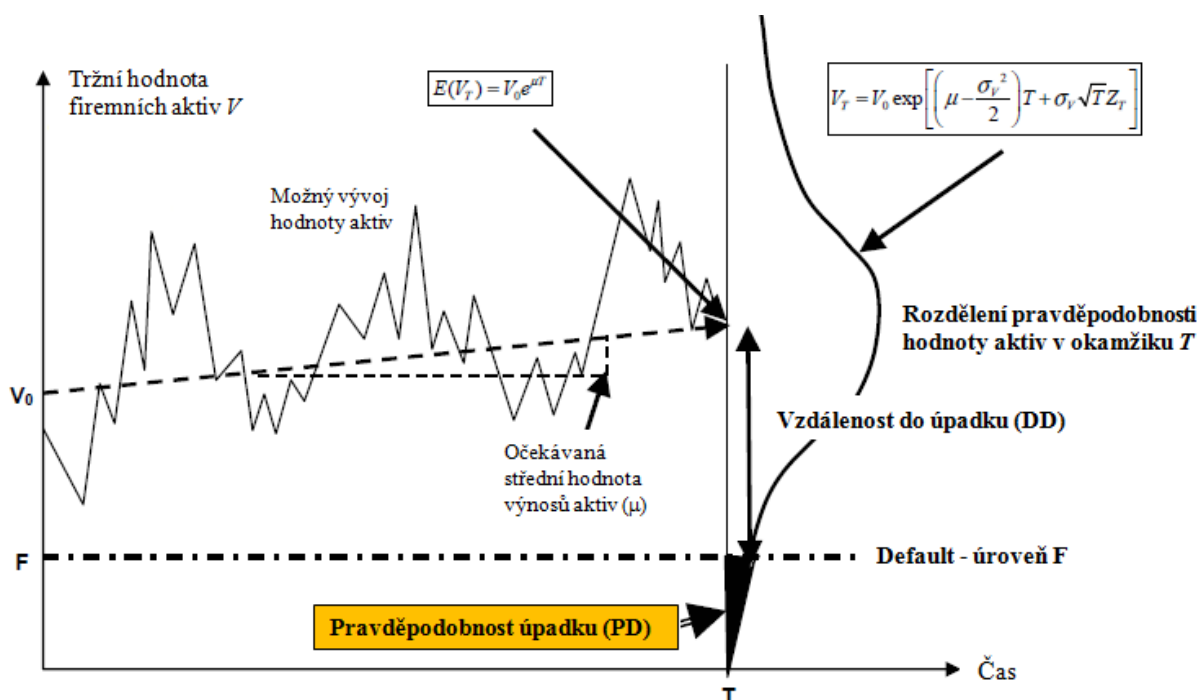
$$DD = \frac{\ln(\frac{V}{F}) + (\mu - \frac{\sigma_V^2}{2})T}{\sigma_V \sqrt{T}}. \quad (3.18)$$

Platí tedy:

$$PD = N(-DD). \quad (3.19)$$

Na následujícím obrázku je představen vývoj hodnoty firmy v závislosti na budoucí tržní hodnotě firemních aktiv. Černá plocha znázorňuje pravděpodobnost úpadku dle rovnice (3.17).

Obr. 3.2 Rozdělení pravděpodobnosti hodnoty firemních aktiv v době splatnosti dluhu



Zdroj: www.moodyskmv.com, konstrukce vlastní

Výhody Mertonova modelu

Protože tento model pracuje s tržními cenami dluhu a vlastního kapitálu, jedná se o model výhledový (predikující budoucí vývoj), protože tyto tržní ceny (na efektivních trzích) odrážejí budoucí vyhlídky společnosti. Do měření kreditního rizika zahrnuje model volatilitu aktiv, která je klíčovou proměnnou pro předpovědi. Mertonův model také okamžitě odráží aktuální kreditní riziko firmy, neboť ceny akcií se mění téměř neustále. Proto může být pravděpodobnost úpadku odhadnuta v libovolném časovém okamžiku pro všechny veřejně obchodované společnosti.

Nevýhody Mertonova modelu

Model je založen na mnoha zjednodušujících a často nereálných předpokladech. Předpoklad efektivních trhů (kdy ceny akcií odrážejí všechny veřejně dostupné informace) je pro model stěžejní, protože ceny akcií jsou klíčovým vstupním parametrem. Avšak existuje řada studií, které vyvrátili tvrzení o existenci efektivních trhů. Zejména na malých trzích (např. v ČR) nemohou být ceny akcií považovány za vhodný indikátor reálné situace dané společnosti. Veškeré modely aktiv mají tendenci být velmi cyklické a jsou náchylné

k přehnané reakci v důsledku bubliny na trhu. Nedostatkem modelu je také to, že je podle něj kreditní spread krátkodobého dluhu zanedbatelný (nulový), což je v rozporu s realitou.

Od publikování původního Mertonova modelu (1974) začaly strukturální modely přitahovat pozornost. Během posledních 30-ti let bylo vydáno mnoho modelů rozšiřujících a zlepšujících původní model. Nové modely zpravidla uvolňují některé z původních předpokladů.

Jedním z nejvýznamnějších modelů vytvořených na základě původního Mertonova modelu jsou modely KMV a CreditMetrics, viz dále.

3.1.2 Model KMV

Jedná se o jeden z nejproslulejších modelů hodnoty aktiv, který byl vytvořen společností KMV (název představuje iniciály jejich zakladatelů – Kealhofer, McQuown a Vašíček) v roce 1989 a který je nyní udržován společností Moody's KMV. Tento model využívá Mertonův přístup ke stanovení kreditního rizika v mírně upravené podobě.

Při použití KMV modelu se vypočítává tzv. očekávaná četnost úpadku (*EDF* - *Expected Default Frequency*), která je založená na firemní kapitálové struktuře, volatilitě výnosů aktiv a aktuální hodnotě aktiv.

Model KMV využívá iterační proces k odhadu hodnoty aktiv a volatility jejich výnosů. Metoda je založená na Mertonově přístupu k modelování vlastního kapitálu jako call opce s podkladovým aktivem firemních aktiv a s realizační cenou ve výši firemních závazků. Poté může být hodnota podkladového aktiva a volatilita odvozena z předpokládané tržní hodnoty, volatility akcií a účetní hodnoty závazků.

KMV patří do kategorie „default mode“ modelů; dlužník se tedy na konci rizikového horizontu může nacházet pouze ve dvou stavech – selhání nebo neselhání. Odhadnutou pravděpodobnost, že u dané firmy nastane do jednoho roku default reprezentuje *EDF*, která je mírně odlišná, ale má podobnou strukturu jako pravděpodobnost úpadku v Mertonově modelu.

KMV používá rozsáhlou databázi k přesnějšímu změření vztahu rozdělení ztrát a pravděpodobnosti úpadku. *EDF* se dopočítá prostřednictvím tzv. vzdálenosti od úpadku (*DD* – *Distance to Default*):

$$DD = \frac{V_0 - F}{\sigma_V V_0}, \quad (3.20)$$

kde V_0 značí hodnotu aktiv firmy, F výši dluhu a σ_V volatilitu aktiv.

Analytický přístup k modelování kreditního rizika používaný modelem KMV není novinkou (jedná se o klasický přístup založený na oceňování na opčním principu). Důležitou přidanou hodnotou, která tvoří podstatnou část obchodního úspěchu modelu KMV, je databáze firem a proces, kterým probíhá mapování vzdálenosti k úpadku. Databáze ani mapovací algoritmus nejsou volně přístupné.

3.1.3 CreditMetrics

V jednotlivých částech této kapitoly je popsána a vysvětlena metodika fungování modelu CreditMetrics, viz CreditMetricsTM-Technical Document (1997). CreditMetrics byl vytvořen bankou J. P. Morgan a tzv. „RiskMetrics Group“.

Tento model představuje nástroj pro kvantifikaci kreditního rizika způsobeného jak možností defaultu, tak snížením úvěrové kvality dlužníka, tedy ratingového hodnocení. Lze určit kreditní riziko jednotlivého instrumentu či portfolia, přičemž metodu lze řešit analyticky nebo simulačně s využitím tzv. simulace Monte Carlo, viz dále.

Creditmetrics nehodnotí pouze očekávané ztráty, ale především *VaR*. Výhodou modelu je také to, že umožňuje hodnotit riziko celého portfolia, neboť jsou při výpočtech uvažovány také korelace mezi jednotlivými aktivy.

Jak již bylo uvedeno, tento model patří do kategorie „mark-to-market“ modelů, což znamená, že úvěrové riziko je spojeno jak se selháním dlužníků, tak se snížením ratingového hodnocení. Rating a tzv. ratingová migrace (přechody do jiných ratingových stupňů) jsou tedy základem celé analýzy úvěrového rizika.

Jako výchozí ratingový systém lze použít např. systém S&P, Moody's, či interní rating. V Tabulce 3.1 jsou uvedeny ratingové stupně dle jednotlivých agentur a také tzv. „sdružené ratingové stupně“, což jsou ratingy, které budou uvažovány v této práci.

Tabulka 3.1 Ratingové stupně

Ratingové stupně dle S&P a Moody's			Sdružené ratingové stupně
S&P	Moody's	Popis dané ratingové kategorie	
AAA	Aaa	investice je bez rizik	AAA
AA+	Aa1	investice je bezpečná	AA
AA	Aa2		
AA-	Aa3		
A+	A1	investice je bezpečná, ale náchylná k vlivům v jednotlivých oborech	A
A	A2		
A-	A3		
BBB+	Baa1	investice je středně bezpečná	BBB
BBB	Baa2		
BBB-	Baa3		
BB+	Ba1	spekulativní investice	BB
BB	Ba2		
BB-	Ba3		
B+	B1	spekulativní investice s negativním výhledem	B
B	B2		
B-	B3		
CCC+	Caa1	pravděpodobný úpadek a nesplacení závazků	CCC
CCC	Caa2		
CCC-	Caa3		
CC	Ca		
C	C		
CI	C		
D	C		Default

Zdroj: <http://tema.novinky.cz/rating>, konstrukce vlastní

Jedním ze základních předpokladů modelu CreditMetrics je, že každý emitent má přiřazenu konkrétní hodnotu ratingu (od ratingové agentury či interním ratingem) a všichni emitenti nacházející se v jedné ratingové kategorii jsou kreditně homogenní, tedy mají stejné pravděpodobnosti migrace i pravděpodobnosti defaultu. Model dále předpokládá, že hodnota instrumentu po dosažení časového horizontu odpovídá jeho ratingovému ohodnocení.

Klíčovým pojmem je migrační (přechodová) matice, tedy matice pravděpodobností přechodu mezi ratingovými kategoriemi. Migrační matice bývají konstruovány na základě

historické časové řady a publikovány renomovanými ratingovými agenturami. Příklad migrační matice je uveden v Tabulce 3.2.

Tabulka 3.2 Roční migrační matice (v %)

Počáteční rating	Rating na konci roku							
	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC	Default
AAA	90,81	8,33	0,68	0,06	0,12	0,00	0,00	0,00
AA	0,70	90,65	7,79	0,64	0,06	0,14	0,02	0,00
A	0,09	2,27	91,05	5,52	0,74	0,26	0,01	0,06
BBB	0,02	0,33	5,95	86,93	5,30	1,17	0,12	0,18
BB	0,03	0,14	0,67	7,73	80,53	8,84	1,00	1,06
B	0,00	0,11	0,24	0,43	6,49	83,46	4,07	5,20
CCC	0,22	0,00	0,21	1,30	2,38	11,24	64,86	19,79

Zdroj: Standard & Poor's CreditWeek 1996

Ratingy v prvním sloupci jsou počáteční ratingy. V záhlaví jsou uvedeny ratingy na konci daného časového horizontu (v uvedeném případě roku). Například je-li výchozí rating BBB, poté je 86,93% pravděpodobnost, že společnost bude mít stejný rating (BBB) také za rok. Je zřejmé, že součet každé řady je 100 %. Největší je vždy pravděpodobnost, že rating zůstane nezměněn. Pokud společnost, která měla na počátku roku rating BBB, obdrží na konci roku vyšší ratingové ohodnocení (AAA, AA, A), jedná se o tzv. vzrůst ratingového ohodnocení. Pokud naopak dosáhne ratingu nižšího (BB, B, CCC), jedná se o pokles ratingového ohodnocení. Rating D znamená „default“, tedy úpadek společnosti.

Výběr časového horizontu

Většina agentur poskytuje data na roční bázi. Jedná se však spíše o konvenci, nikoliv nutnost. Je vhodné si uvědomit, že metoda CreditMetrics nepožaduje využití ročního horizontu. Neexistuje jednoznačná odpověď na otázku, zda využívat jen jeden nebo více časových horizontů, ani nelze říci, který horizont je nejlepší. Při porovnávání různých alternativ je však nezbytné pracovat s alternativami se stejným horizontem.

Analytické řešení - CreditMetrics pro jeden instrument

V této části práce je popsána metodologie používaná modelem CreditMetrics pro výpočet kreditního rizika jednoho instrumentu. Je uvažován investiční horizont jeden rok. Výpočet kreditního rizika pro „portfolio“ složené z jednoho dluhopisu může být rozdělen do tří kroků:

1. Kreditní rating emitenta daného dluhopisu určuje pravděpodobnost defaultu daného dluhopisu nebo migraci do jiné ratingové třídy na konci daného horizontu.
2. Seniorita¹³ (podřízenost) dluhopisu určuje jeho recovery rate v případě defaultu. Roční forwardová křivka s nulovým kupónem pro každou ratingovou kategorii určuje hodnotu dluhopisu v závislosti na vzrůstu či poklesu ratingu. Obě tyto skutečnosti ovlivňují přecenění dluhopisu.
3. Pravděpodobnosti z kroku 1 a hodnoty z kroku 2 jsou poté zkombinovány při výpočtu volatility hodnoty v důsledku změny úvěrové kvality.

Krok 1

Nejdříve je nutná specifikace přechodové matice. Jsou tedy určeny pravděpodobnosti migrace do všech ratingových kategorií na konci sledovaného období.

Krok 2 - default

Následně je nutné určit hodnoty dluhopisu na konci daného horizontu pro všechny možné ratingové kategorie. V případě defaultu bude hodnota dluhopisu záviset na recovery rate (míře návratnosti), která závisí na senioritě dluhopisu. Existuje řada historických studií zabývajících se touto závislostí. V Tabulce 3.3 jsou ukázány míry návratnosti v případě defaultu dle CreditMetrics.

Tabulka 3.3 Recovery rate dle seniority (v % z nominální hodnoty)

Třída seniority	Střední hodnota	Směrodatná odchylka
Senior Secured¹⁴	53,8	26,86
Senior Unsecured	51,13	25,45
Senior Subordinated	38,52	23,81
Subordinated	32,74	20,18
Junior Subordinated	17,09	10,9

Zdroj: Carty&Lieberman (1996)

¹³ Obligace bývají odstupňovány dle tzv. seniority – pořadí splácení v případě úpadku emitenta. Platí, že čím seniornější instrument, tím větší prioritu mají jeho držitelé při rozdělování emitenta. Podřízené (subordinated) se nazývají ty obligace, které jsou druhé a další v pořadí – nároky jejich majitelů budou vypořádány až po vypořádání nároků věřitelů s vyšší prioritou.

¹⁴ Secured dluhopisy jsou vydávány se zajištěním pomocí konkrétních aktiv. Příkladem jsou hypoteční zástavní listy. Unsecured dluhopisy toto zajištění nemají.

Krok 2 – nenastal default

Pokud nedojde k defaultu, je nutné nejdříve zkonstruovat forwardovou křivku s nulovým kupónem pro každou ratingovou kategorii a poté pomocí těchto křivek stanovit roční forwardovou cenu dluhopisu při daném ratingu. V příkladě uvedeném v CreditMetrics se předpokládá, že forwardové křivky jsou známy. Jejich hodnoty jsou uvedeny v Tabulce 3.4.

Tabulka 3.4 Roční forwardové křivky s nulovým kupónem dle ratingové kategorie (v %)

Kategorie	Splatnost dluhopisu			
	1 rok	2 roky	3 roky	4 roky
AAA	3,6	4,17	4,73	5,12
AA	3,65	4,22	4,78	5,17
A	3,72	4,32	4,93	5,32
BBB	4,1	4,67	5,25	5,63
BB	5,55	6,02	6,78	7,27
B	6,05	7,02	8,03	8,52
CCC	15,05	15,02	14,03	13,52

Zdroj: CreditMetrics – Technical Document

Pro výpočet roční forwardové ceny dluhopisu (V) je třeba diskontovat budoucí cash flow plynoucí z daného dluhopisu příslušnými sazbami uvedenými v Tabulce 3.4¹⁵, tedy dle vzorce:

$$V = \sum_{i=0}^{T-1} \frac{CF_i}{(1+r)^i} + \frac{NH}{(1+r)^{T-1}}, \quad (3.21)$$

kde T je splatnost dluhopisu, CF_i je finanční tok z dluhopisu v čase i (tedy kupón), r je roční sazba forwardové křivky s nulovým kupónem dle ratingové kategorie a NH je nominální hodnota dluhopisu.

Hodnota při defaultu se vypočítá dle následujícího vztahu:

$$V_D = rr \cdot NH, \quad (3.22)$$

kde V_D je hodnota dluhopisu při defaultu, rr je recovery rate a NH nominální hodnota.

¹⁵ Tabulka 3.4 potvrzuje obecně platné pravidlo, že čím delší je doba do splatnosti dluhopisu (cenného papíru), tím vyšší je požadovaný výnos, a tím vyšší je tedy diskontní sazba, která převádí budoucí peněžní toky do současnosti (výjimkou je kategorie CCC). Dále obecně platí, že protože se u dluhopisů s vyšším ratingem předpokládá nižší kreditní riziko, nesou tyto dluhopisy nižší výnos.

Krok 3

V kroku 1 a 2 byly získány všechny informace, které jsou nezbytné pro odhad volatility hodnoty samostatně stojícího dluhopisu v důsledku změny úvěrové kvality emitenta. Dále je nutné dopočíst výši kreditního rizika. Jako měřítko kreditního rizika může být využita směrodatná odchylka hodnoty dluhopisu na konci investičního horizontu.

Pro její výpočet je nutné nejdříve vypočítat střední hodnotu μ dle následujícího vzorce:

$$\mu = \sum_{i=1}^s p_i V_i, \quad (3.23)$$

kde s značí počet ratingových kategorií, p_i je pravděpodobnost přechodu z výchozí ratingové kategorie do ratingové kategorie i a V_i je nová hodnota dluhopisu v případě ratingu i .

Směrodatná odchylka σ se určuje jako odmocnina z rozptylu σ^2 ; a sice dle vzorce:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^s p_i V_i^2 - \mu^2}. \quad (3.24)$$

Uvedený výpočet je však poněkud zjednodušeným pohledem na danou problematiku. Existuje totiž dobře zdokumentovaná nejistota ohledně výše recovery rate v případě defaultu společnosti. Metoda Creditmetrics toto řeší úpravou vzorce (3.24) následujícím způsobem:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^s p_i (FV_i^2 + \sigma_i) - \mu^2}. \quad (3.25)$$

Vzorec pro výpočet střední hodnoty zůstává zachován. Při aplikaci vzorce (3.25) se za σ_i dosazují nuly¹⁶ s výjimkou σ_s , reprezentující nejistotu recovery rate v případě defaultu.

Směrodatná odchylka není jediným způsobem, jak lze měřit kreditní riziko. Další často používanou metodou je využití *percentile level*. Například pro percentil ve výši 1 % se hledá taková hodnota, pod kterou spadne hodnota portfolia s pravděpodobností 1 %. Určování

¹⁶ Tyto „nuly“ reprezentují nejistotu hodnoty dluhopisu v případě změny ratingové kategorie. Tato nejistota by byla způsobena nejistotou úvěrových spreadů pro jednotlivé ratingové kategorie. V technickém dokumentu vydaném k metodě CreditMetrics se uvádí, že v dané době nebylo možné určit, jaká část nejistoty kreditních spreadů je systematická a jaká jedinečná, proto bylo rozhodnuto tuto nejistotu považovat za nulovou. Autoři dokumentu doufají daný problém vyřešit a zakomponovat volatilitu kreditních spreadů do budoucích verzí CreditMetrics.

percentilů je smysluplné zejména pro rozsáhlá portfolia, kde portfolio může nabýt mnoha odlišných hodnot. V takovém případě je nutné využít simulací, viz dále.

Analytické řešení - CreditMetrics pro portfolio instrumentů

Postup určení kreditního rizika je v případě portfolia podobný jako u samostatného instrumentu, avšak s jedním podstatným rozdílem – u portfolia je nutné odhadnout vliv korelací na riziko. Musí tedy být určeny sdružené pravděpodobnosti přechodu (pravděpodobnosti změny ratingového hodnocení, včetně vlivu vzájemné závislosti jednotlivých aktiv). Platí, že volatilita hodnoty (tedy riziko) bude nižší, jestliže korelace mezi úvěrovými událostmi bude nižší.

V předchozí části bylo uvedeno, že u jednoho dluhopisu je osm možných ratingových kategorií, kterých může emitent dluhopisu dosáhnout na konci uvažovaného časového horizontu. Při držbě dvou dluhopisů je třeba uvažovat všechny možné kombinace dosažených ratingů daných dvou emitentů, tedy 64 kombinací.

Nejjednodušší způsob, jak získat sdružené pravděpodobnosti přechodu, je uvažovat je jako čistou kombinaci individuálních pravděpodobností, tedy s nulovou korelací. V takovém případě se sdružená pravděpodobnost vypočítá jako násobek individuálních pravděpodobností, jak je názorně ilustrováno v Tabulce 3.5.

Tabulka 3.5 Příklad roční matice sdružených pravděpodobností přechodu s nulovou korelací mezi dlužníky s ratingem BBB a A (v %)

Emitent dluhopisu 1 (původní rating BBB)		Emitent dluhopisu 2 (původní rating A)							
		AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC	Default
		0,09	2,27	91,05	5,52	0,74	0,26	0,01	0,06
AAA	0,02	0	0	0,02	0	0	0	0	0
AA	0,33	0	0,01	0,3	0,02	0	0	0	0
A	5,95	0,01	0,14	5,42	0,33	0,04	0,02	0	0
BBB	86,93	0,08	1,97	79,15	4,8	0,64	0,23	0,01	0,05
BB	5,3	0	0,12	4,83	0,29	0,04	0,01	0	0
B	1,17	0	0,03	1,07	0,06	0,01	0	0	0
CCC	0,12	0	0	0,11	0,01	0	0	0	0
Default	0,18	0	0	0,16	0,01	0	0	0	0

Zdroj: CreditMetrics – Technical Document

Je vidět, že například pravděpodobnost toho, že na konci roku bude emitent dluhopisu 1 mít rating BBB je 86,93 % a pravděpodobnost toho, že emitent dluhopisu 2 dosáhne ratingového ohodnocení A je 91,05 %. Sdružená pravděpodobnost toho, že těchto stavů nabudou současně je určena násobkem těchto individuálních pravděpodobností přechodu a je rovna 79,15 %.

Avšak předpokládat nulové korelace je velice zjednodušující a nerealistické, neboť ratingové přechody i úpadky společností jsou částečně ovlivňovány stejnými makroekonomickými proměnnými. K zachycení této skutečnosti se používají například modely, které pracují se závislostí tržní hodnoty aktiv na ratingovém ohodnocení. Tato myšlenka byla poprvé navržena a rozpracována Robertem Mertonem, viz Kapitola 3.1.1.

Metoda CreditMetrics nevyžaduje, aby pravděpodobnost úpadku byla odhadnuta na základě volatility hodnoty dané firmy. Není důležité, *jak* jsou pravděpodobnosti odhadnuty, metoda CreditMetrics je považuje za vstupní, daná data.

Pro stanovení kreditního rizika portfolia složeného ze dvou dluhopisů je kromě již zmiňované matice sdružených pravděpodobností přechodu potřeba stanovit všech 64 možných hodnot portfolia na konci časového horizontu. Tyto hodnoty portfolia se stanoví jednoduše jako součet individuálních hodnot, jejichž výpočet byl popsán v části popisující CreditMetrics pro jeden instrument, v 2. kroku.

Následně se stanoví střední hodnota a směrodatná odchylka hodnoty portfolia. Výpočty se provedou podle vzorců (3.23 a 3.24), kde za s se dosazuje 64. Přitom platí, že střední (očekávaná) hodnota portfolia se dá vypočítat jako součet jednotlivých středních hodnot (jednotlivých dluhopisů při dosažení různých ratingů). Směrodatná odchylka se však takto vyjádřit nedá – směrodatná odchylka hodnoty portfolia je jiná než součet individuálních směrodatných odchylek z důvodu diverzifikace.

Opět je možné pro stanovení kreditního rizika kromě směrodatné odchylky využít *percentile level*. Například při užití 1. percentilu se hledá taková hodnota portfolia, u které platí, že pravděpodobnost toho, že portfolio nabude hodnoty menší než 1. percentil, je rovna 1 %. V případě dvou dluhopisů lze *percentile level* jednoduše stanovit analyticky, avšak pro rozsáhlejší portfolia je nutné využít simulační přístup, viz dále.

Mezní riziko

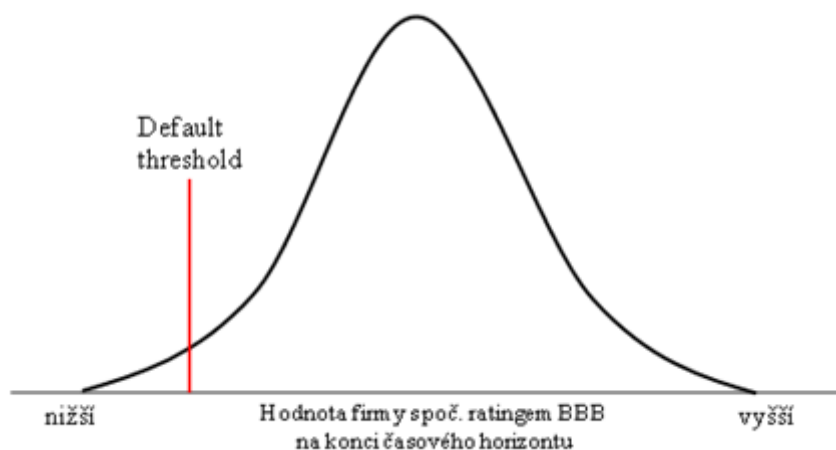
Mezní (marginální) riziko je definováno jako příspěvek jednoho aktiva (provedení obchodu) k celkovému riziku portfolia. Je definováno jako rozdíl hodnoty určitého parametru rizika (směrodatná odchylka nebo *percentile level*) pro celé portfolio a pro portfolio bez daného emitenta. Model CreditMetrics tedy umožňuje pochopit, kde je riziko v portfoliu koncentrováno, a pomáhá určit, které instrumenty jsou přínosné pro jeho diverzifikaci. Někdy totiž může uskutečnění obchodu vést ke snížení rizika celého portfolia (mezní riziko je negativní) a představuje tedy jistou formu zajištění. Model tímto umožňuje zavést portfoliový přístup k řízení úvěrového rizika do praxe.

Modely hodnoty aktiv

V této části práce je prezentován přístup, který uvažuje default a přechody do jednotlivých ratingových kategorií jako funkci hodnoty aktiv dané firmy. Jak již bylo zmíněno, jedná se o model poprvé navržený Robertem Mertonem. Tento model byl popsán v kapitole 3.1.1. Základní myšlenka tohoto přístupu je jednoduchá - předpokládá se, že tržní hodnota firmy je náhodná s určitým rozdělením pravděpodobnosti; pokud hodnota aktiv „spadne“ pod hodnotu závazků dané firmy, nebude společnost schopná uspokojit své věřitele a bude defaultovat.

Mertonův model tedy umožňuje zachytit spojení mezi podkladovou hodnotou aktiv dané firmy a firemním ratingem. Toho metoda CreditMetrics využívá pro stanovení sdružených pravděpodobností přechodu mezi jednotlivými ratingovými kategoriemi. Předpokládá se, že hodnota aktiv firmy určuje změny ratingového hodnocení a default dané firmy. Je totiž evidentní, že hodnota firemních aktiv ovlivňuje schopnost společnosti dostát svým závazkům. Model poté předpokládá, že existuje konkrétní úroveň aktiv (tzv. *default threshold*), pod kterou když spadne hodnota aktiv na konci časového horizontu, nebude firma schopna splatit své závazky a defaultuje. Tato skutečnost je graficky znázorněna na Obr. 3.3.

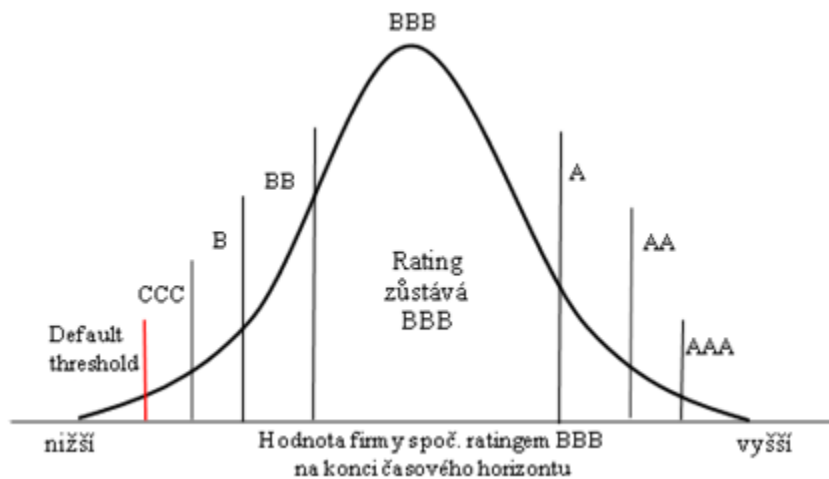
Obr. 3.3 Model hodnoty aktiv a jeho *default threshold*



Zdroj: Vlastní konstrukce

Mertonův model může být jednoduše rozšířen na modelování přechodů mezi jednotlivými ratingy. Předpokládá se, že pro každou firmu existuje několik úrovní hodnoty aktiv (tzv. *thresholds*), které určují rating společnosti na konci daného období, viz Obr. 3.4.

Obr. 3.4 Model hodnoty aktiv a jeho *thresholds*



Zdroj: Vlastní konstrukce

Jestliže jsou *thresholds* známy, je k popsání vývoje ratingového hodnocení firmy nutné pouze namodelovat procentuální změny v hodnotě jejích aktiv - tedy výnosy, které budou značeny R a vypočítají se dle vztahu:

$$R_{it} = \frac{K_t - K_{t-1}}{K_{t-1}}, \quad (3.26)$$

kde K_t je kurz akcie v čase t a K_{t-1} je kurz akcie v čase $t-1$.

Předpokládá se, že tyto výnosy mají normální rozdělení s parametry μ a σ . Jedná se o střední hodnotu a směrodatnou odchylku hodnoty aktiv dané společnosti. Pro zjednodušení se zavádí předpoklad, že $\mu = 0$.

Tyto parametry lze určit pomocí regresní metody nejmenších čtverců. Odhad modelu má totiž vždy dvě složky - trend a reziduální odchylku (Eps). Při použití metody nejmenších čtverců se původní model převede do lineárního tvaru a vyjádří se chyba (reziduum). Parametry jsou poté stanoveny tak, aby daná chyba byla minimální. V uvedeném případě se rezidua určí dle následujícího vztahu:

$$Eps = R_t - \alpha \cdot \Delta t, \quad (3.27)$$

kde Δt je délka časového intervalu, např. pro denní akcie je Δt rovno 0,004 (=1/250). Poté se hledá se takové α , aby reziduální součet čtverců RSC , určený dle vzorce:

$$RSC = \sum_{t=1}^T Eps_t^2, \quad (3.28)$$

byl minimální. Parametr σ je poté:

$$\sigma = \frac{\sqrt{\frac{RSC}{T}}}{\sqrt{\Delta t}}. \quad (3.29)$$

Nyní může být stanoveno spojení mezi hodnotami *thresholds* a pravděpodobnostmi přechodu dané společnosti. *Thresholds* budou značeny Z_{Def} , Z_{CCC} , Z_B atd. platí, že jestliže $R < Z_{Def}$, emitent defaultuje; jestliže $Z_{Def} < R < Z_{CCC}$, bude rating emitenta na konci daného období CCC atd. Je-li například hodnota Z_{Def} rovna -80 %, znamená to, že pokud hodnota aktiv emitenta klesne o 80 % a více, společnost defaultuje.

Protože byl stanoven předpoklad normálního rozdělení R , mohou být pravděpodobnosti toho, že tyto skutečnosti nastanou, vypočteny následovně:

$$P(Def) = P(R < Z_{Def}) = \Phi(Z_{Def} / \sigma),$$

$$P(CCC) = P(Z_{Def} < R < Z_{CCC}) = \Phi(Z_{CCC} / \sigma) - \Phi(Z_{Def} / \sigma),$$

atd, kde P značí pravděpodobnost, R normálně rozdělené výnosy aktiv (se střední hodnotou $\mu = 0$), Z jsou jednotlivé *thresholds*, σ je směrodatná odchylka výnosů aktiv a Φ je distribuční funkce normálního normovaného rozdělení.

Přehled těchto pravděpodobností je uveden v Tabulce 3.6, kde se uvažuje společnost s výchozím ratingem BB. Hodnoty pravděpodobností přechodu byly převzaty z Tabulky 3.2.

Tabulka 3.6 Roční pravděpodobnosti přechodu pro emitenta s počátečním ratingem BB

Rating	P-st přechodu z roční migrační matice (v %)	P-st podle modelu hodnoty aktiv
AAA	0,03	$1 - \Phi(Z_{AA}/\sigma)$
AA	0,14	$\Phi(Z_{AA}/\sigma) - \Phi(Z_A/\sigma)$
A	0,67	$\Phi(Z_A/\sigma) - \Phi(Z_{BBB}/\sigma)$
BBB	7,73	$\Phi(Z_{BBB}/\sigma) - \Phi(Z_{BB}/\sigma)$
BB	80,53	$\Phi(Z_{BB}/\sigma) - \Phi(Z_B/\sigma)$
B	8,84	$\Phi(Z_B/\sigma) - \Phi(Z_{CCC}/\sigma)$
CCC	1	$\Phi(Z_{CCC}/\sigma) - \Phi(Z_{Def}/\sigma)$
Default	1,06	$\Phi(Z_{Def}/\sigma)$

Zdroj: CreditMetrics – Technical Document

Spojení mezi výnosy aktiv a ratingem uvedené v této Tabulce je schematicky znázorněno také v Obr. 3.4. K dokončení propojení je nutné, aby se hodnoty uvedené ve druhém a třetím sloupci Tabulky 3.6 rovnaly. Například pro default musí platit:

$$Z_{Def} = \Phi^{-1}(1,06\%) \sigma = -2,30\sigma,$$

kde $\Phi^{-1}(p)$ udává hodnotu, pod kterou náhodné proměnné s normálním normovaným rozdělením „spadnou“ s pravděpodobností p . Analogicky se určí hodnoty *thresholds* pro všechny ratingové kategorie, viz Tabulka 3.7.

Tabulka 3.7 Hodnoty *thresholds* pro emitenta s počátečním ratingem BB

Threshold	Hodnota
Z_{AA}	3,43 σ
Z_A	2,93 σ
Z_{BBB}	2,39 σ
Z_{BB}	1,37 σ
Z_B	-1,23 σ
Z_{CCC}	-2,04 σ
Z_{Def}	-2,30 σ

Zdroj: CreditMetrics – Technical Document

Hodnota *threshold* Z_{AAA} se nestanovuje, protože každá hodnota větší než *threshold* Z_{AA} (v uvedeném případě 3,43 σ), znamená zvýšení ratingu na úroveň AAA.

Doposud byly popsány individuální pohyby ratingových hodnocení jednotlivých emitentů podle vývoje jejich aktiv. K popisu vývoje ratingových hodnocení portfolia emitentů je nutné odhadnout korelace vývoje aktiv všech dvojic dlužníků. Předpokládá se, že výnosy aktiv jednotlivých emitentů jsou korelované a normálně rozdělené. Poté kovarianční matice C pro dva emitenty se směrodatnými odchylkami σ_x a σ_y vypadá následovně:

$$C = \begin{pmatrix} \sigma_x^2 & \rho_{xy} \sigma_x \sigma_y \\ \rho_{xy} \sigma_x \sigma_y & \sigma_y^2 \end{pmatrix},$$

kde ρ_{xy} je korelace mezi výnosy aktiv, σ_x^2 a σ_y^2 jsou rozptyly výnosů aktiv. Koeficient korelace udává míru statistické závislosti dvou znaků – výnosů aktiv. Nabývá hodnot z intervalu $\langle -1, 1 \rangle$, přičemž krajních hodnot nabývá tehdy, když je mezi znaky přímá, resp. nepřímá úměra. Koeficient korelace výnosů aktiv se vypočítá dle vzorce:

$$\rho_{xy} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y}, \quad (3.30)$$

kde \bar{x}, \bar{y} jsou střední hodnoty výnosů aktiv a σ_{xy} je kovariance mezi výnosy aktiv. Platí tedy:

$$\sigma_{xy} = \rho_{xy} \cdot \sigma_x \cdot \sigma_y. \quad (3.31)$$

Jakmile je stanovena kovarianční matice, je známo, jak se současně vyvíjejí výnosy aktiv dvou emitentů; poté může být využito *thresholds* k určení toho, jak se vyvíjejí současné ratingy. Například při výpočtu pravděpodobnosti toho, že jeden emitent bude mít na konci sledovaného horizontu rating BB a druhý A, se při nenulovém koeficientu korelace vypočítá následovně:

$$P\{Z_B^x < R < Z_{BB}^x, Z_{BBB}^y < R < Z_A^y\} = \int_{Z_B^x}^{Z_{BB}^x} \int_{Z_{BBB}^y}^{Z_A^y} f(r^x, r^y; C) (dr^y) dr^x,$$

kde $f(r^x, r^y, C)$ je funkce hustoty normálního rozdělení s kovarianční maticí C . Je důležité si uvědomit, že uvedená rovnice nezávisí na směrodatných odchylkách σ . Všechna volatilita, kterou model potřebuje, je totiž zachycena v pravděpodobnostech migrace jednotlivých dlužníků. Mají-li například dva emitenti stejný rating (a tedy stejné pravděpodobnosti přechodu), ale volatilita jednoho emitenta je desetkrát větší než volatilita druhého – kreditní riziko je stejné. Volatilita výnosů aktiv prvního emitenta je větší, ale to pouze znamená, že jeho *thresholds* jsou vyšší než u druhého emitenta. Z toho vyplývá, že jediným parametrem, který ovlivňuje kreditní riziko portfolia, jsou pravděpodobnosti přechodu do jednotlivých ratingových kategorií pro jednotlivé dlužníky a korelace mezi výnosy jejich aktiv.

Následkem toho mohou být uvažovány normované výnosy aktiv; tedy výnosy upravené tak, že mají střední hodnotu nula a směrodatnou odchylku jedna. Poté jediný parametr, který musí být odhadnut, je korelace mezi výnosy aktiv.

Odhad korelací výnosů aktiv

Existuje řada možností, jak odhadnout korelace mezi výnosy aktiv. Nejjednodušší je použití konstantní hodnoty korelace pro všechny dvojice emitentů v portfoliu. Toto zamezí nutnosti odhadovat velké množství individuálních korelací a přitom stále umožňuje relativně dobře určit kreditní riziko daného portfolia. Na druhou stranu je nemožné určit například riziko „překonzentrování“ portfolia do určitého průmyslového odvětví. Zpravidla se tyto korelace uvažují v intervalu 20 – 35 %.

Další možností je použít jako zdroj informací o korelaci výnosnost vlastního kapitálu. Korelace mezi výnosy vlastního kapitálu se tedy používá jako zástupce korelací mezi výnosy aktiv. Nevýhodou této metody je přehlížení rozdílů mezi korelací vlastního kapitálu a aktiv.

Na druhou stranu je ale přesnější než použití fixních korelací a je založena na dostupných datech.

Nejpřesnější by bylo stanovit korelace výnosů akcií pro každou dvojici dlužníků. Tento přístup však není prakticky příliš použitelný. Důvodem je nedostatek dat a výpočetní náročnost související s nutností stanovit rozsáhlé korelační matice. Alternativou je proto metodologie, která se spoléhá na korelace stanovené pro jednotlivé sektory, geografické oblasti a další dimenze.

Simulační řešení - CreditMetrics pro jeden instrument

Doposud byl představen analytický přístup určení kreditního rizika metodou CreditMetrics. Druhým možným přístupem je využití simulací. Ačkoliv se simulační způsob využívá zejména v případě portfolií, lze jej aplikovat i na portfolio složené z jednoho instrumentu. Principy metody i postup řešení je popsán dále. Pro jeden instrument se postupuje obdobně jako u portfolia instrumentů, pouze odpadáva nutnost generovat korelované náhodné veličiny a vůbec zohledňovat vzájemné závislosti jednotlivých instrumentů mezi sebou navzájem.

Simulační řešení - CreditMetrics pro portfolio instrumentů

Výhodou analytického přístupu (zejména pro menší portfolia) je menší počet výpočetních operací a dále absence náhodného šumu a tedy chyb v odhadu rizika. Analytický přístup pro rozsáhlejší portfolia však tyto výhody ztrácí.

Alternativou je poté použít simulační přístup, který využívá metody „Monte Carlo“. Stanovení kreditního rizika pro portfolio dluhových aktiv touto metodou může být popsáno ve třech krocích:

1. Generování scénářů – každý scénář odpovídá možnému „stavu světa“ na konci časového horizontu. Pro účely stanovení kreditního rizika se „stavem světa“ myslí ratingové hodnocení každého z dlužníků portfolia.
2. Hodnota portfolia – pro každý scénář se stanoví nová hodnota portfolia, která reflektuje nové ratingové hodnocení. Tento krok dává velké množství možných budoucích hodnot portfolia.

3. Stanovení výsledků – v předchozích krocích byl stanoven odhad rozdělení pravděpodobnosti hodnoty portfolia. Poté je nutné propočítat parametry tohoto rozdělení pravděpodobnosti.

Krok 1

Pro určení budoucích ratingových hodnocení je nejdříve nutné stanovit hodnoty *thresholds* pro každého emitenta v portfoliu, jak bylo popsáno v části popisující modely hodnoty aktiv. Dále jsou generovány scénáře výnosů aktiv jednotlivých emitentů. Je třeba generovat korelované, normálně rozdělené náhodné veličiny. Jednou z možností, jak toto provést, je využít Choleskeho algoritmus, který určuje náhodný vektor včetně korelací (z) dle vztahu:

$$z^T = e^T \cdot P, \quad (3.32)$$

kde e je vektor nezávislých náhodných proměnných z normálního normovaného rozdělení a P je horní trojúhelníková matice odvozená z kovarianční matice C . Horní index T značí transpozici. Vztah mezi maticí P a C je následující:

$$C = P \cdot P^T. \quad (3.33)$$

Horní trojúhelníková matice se sestojí následujícím způsobem:

$$p_{ii} = (\sigma_{ii} - \sum_{k=1}^{i-1} p_{ki}^2)^{1/2}, \quad \text{pro } i = 1, 2, \dots, N, \quad (3.34)$$

$$p_{ij} = (\sigma_{ij} - \sum_{k=1}^{i-1} p_{ki} \cdot p_{kj}) \cdot p_{ii}^{-1}, \quad \text{pro } 1 \leq i < j \leq N, \quad (3.35)$$

$$p_{1j} = \sigma_{1j} \cdot (\sigma_{11})^{-1}, \quad \text{pro } j = 1, 2, \dots, N, \quad (3.36)$$

$$p_{ij} = 0, \quad \text{pro } j < i; i, j = 1, 2, \dots, N, \quad (3.37)$$

kde p_{ij} jsou jednotlivé prvky matice P o N řádcích a N sloupcích.

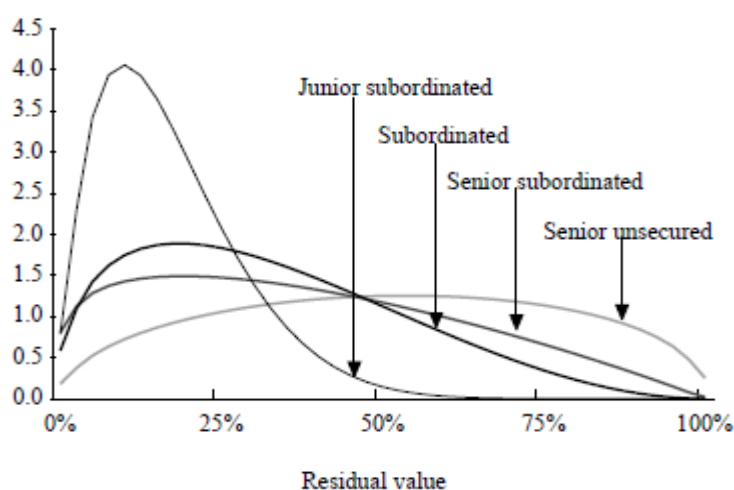
Jakmile jsou stanoveny hodnoty *thresholds* a scénáře výnosů aktiv, jsou jednotlivým scénářům přiřazeny odpovídající ratingové stupně (dle *thresholds*).

Krok 2

Pro scénáře, které nevedou k defaultu je tento krok stejný jako krok 2 v případě analytického řešení. Nové hodnoty se tedy stanoví dle vzorce (3.21).

Pro defaultní scénáře se však postupuje odlišně. Recovery rate totiž není deterministická, ale spíše představuje velké množství variant. Tyto varianty hodnot v případě defaultu významně přispívají k riziku. Pro recovery rate je charakteristická její konstantní nejistota; proto se využívá Beta rozdělení pravděpodobnosti, jehož hraniční hodnoty jsou 0 % a 100 %. Tvar tohoto rozdělení je velmi flexibilní a může být popsán pomocí střední hodnoty a směrodatné odchylky. Na Obr. 3.5 je znázorněno rozdělení pravděpodobnosti pro dluhopisy různé seniority.

Obrázek 3.5 Příklad beta rozdělení recovery rate pro dluhopisy s různou třídou seniority



Zdroj: CreditMetrics – Technical Document

Prakticky je tedy třeba k modelování recovery rate znát střední hodnotu a směrodatnou odchylku recovery rate každého dluhopisu (či jiného nástroje) v portfoliu v závislosti na jeho senioritě. Poté se pro každý defaultní scénář generuje náhodná hodnota recovery rate, která má beta rozdělení s těmito parametry. Generování náhodné proměnné z Beta rozdělení se provede tzv. procedurou inverzní transformace:

$$q = \text{Beta}^{(-1)}(r), \quad (3.38)$$

kde q je náhodná proměnná z Beta rozdělení, $\text{Beta}^{(-1)}$ je inverzní funkce k distribuční funkci a r je náhodná proměnná z rovnoměrného rozdělení.

Toto beta rozdělení nabývá hodnot z intervalu $\langle 0,1 \rangle$, takže je jisté, že získané hodnoty recovery rate jsou smysluplné. Recovery rate jednotlivých emitentů tedy nezávisí na hodnotách ostatních instrumentů v portfoliu. Nová hodnota dluhu pro defaultní scénář V_D se poté vypočítá dle vztahu:

$$V_D = V \cdot q, \quad (3.39)$$

kde V je původní hodnota dluhu.

Dále se propočítá přírůstek hodnoty portfolia ($\Delta\Pi$) pro jednotlivé pokusy:

$$\Delta\Pi = V_T - V_0, \quad (3.40)$$

kde V_T je hodnota dluhového portfolia v predikovaném momentu T a V_0 je hodnota dluhového portfolia na počátku.

Krok 3

Doposud bylo stanoveno množství možných budoucích hodnot portfolia. Závěrečným úkolem je propočíst parametry rozdělení pravděpodobnosti a určit tedy kreditní riziko.

Určí se tedy střední hodnota a směrodatná odchylka budoucí hodnoty portfolia. Jestliže označíme $V^{(1)}, V^{(2)}, \dots, V^{(N)}$ budoucí hodnoty portfolia dle jednotlivých scénářů, spočítá se střední hodnota μ a směrodatná odchylka σ budoucí hodnoty portfolia dle následujících vzorců:

$$\mu = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N V^{(i)}, \quad (3.41)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (V^{(i)} - \mu)^2}, \quad (3.42)$$

kde N je počet scénářů.

Střední hodnota a směrodatná odchylka však nejsou jedinými prostředky k měření rizika. Rozvinutou a prakticky často používanou metodou je *Value at Risk*, která slouží k eliminaci potenciálních velkých ztrát. Klíčovým pojmem této metody je VaR_α , což je hodnota rizika, která je definována jako nejmenší predikovaná ztráta na dané hladině pravděpodobnosti α za určitou časovou periodu.

Při stanovení VaR_α se chce docílit toho, aby pravděpodobnost, že z portfolia bude zisk menší než předem stanovená hladina zisku, byla rovna stanovené hladině pravděpodobnosti α . VaR_α tedy znamená ztrátu a vychází se z toho, že zisk se dá vyjádřit jako záporná ztráta.

Konkrétně se VaR_α stanoví tak, že jsou simulované přírůstky hodnoty dluhového portfolia seřazeny dle velikosti (od nejmenšího k největšímu); poté se hodnota VaR na dané hladině pravděpodobnosti α rovná nejbližší vyšší hodnotě přírůstku portfolia pro pokus:

$$n = \alpha \cdot N, \quad (3.43)$$

kde n je uspořádané číslo daného pokusu, N je počet pokusů; a z toho záporné hodnotě.

Stanovuje se také ekonomický kapitál. Metodologie *Value at Risk* určuje ekonomický kapitál tak, aby pravděpodobnost neočekávaných kreditních ztrát přesahujících ekonomický kapitál nepřekročila zvolenou hladinu pravděpodobnosti (např. 1 nebo 5 %), viz Kapitola 2.5.

$$\text{Ekonomický kapitál} = VaR_\alpha - \text{Střední hodnota ztráty}, \quad (3.44)$$

kde střední hodnota ztráty je záporná hodnota ze střední hodnoty přírůstku portfolia.

Aplikace výsledků CreditMetrics

Kromě stanovení výše kreditního rizika je nezbytné také z dosažených výsledků vyvodit patřičné závěry. Jednou z možností řízení kreditního rizika je stanovení tzv. **limitů kreditního rizika**. Lze rozlišit tři základní typy kreditních limitů.

Prvním typem jsou tzv. **vertikální limity**, kdy se stanoví maximální výše závazku jednoho dlužníka bez ohledu na jeho ratingové hodnocení. Stanoví se tedy omezení výše expozice. Druhým typem jsou **horizontální limity**, u kterých se stanoví maximální možná hodnota relativního mezního rizika jednoho emitenta. Tento limit zabraňuje vstupu aktiv, která jsou s portfoliem příliš korelovaná. Existují také tzv. **hyperbolické limity**, které představují omezení absolutního příspěvku aktiva k riziku portfolia. Eliminují tedy rozšíření portfolia o takové aktivum, které by zvýšilo riziko portfolia o větší než danou limitní hodnotu.

3.2 Redukované modely

V případě redukovaných modelů se na rozdíl od strukturálních modelů modeluje přímo proces úpadku dlužníka. Není tedy modelován stochastický proces vývoje aktiv firmy, ze kterého se poté nepřímo určoval default firmy.

Mezi nejznámější modely tohoto typu patří *Jarrow-Turnbullův model úvěrového rizika* představený v roce 1995 a *Duffie Singleton model* z roku 1997. Autoři obou modelů vychází z modelového aparátu, který byl vyvinut pro oblast oceňování úrokových derivátů. Tyto modely jsou obvykle nazývány modely výnosových křivek a mezi jejich nejznámější zástupce patří Vašíčkův model, Ho – Lee model či Hull – White model. Modely výnosových křivek jsou vystaveny na abstrahování od existence kreditního rizika.

Redukované modely poté rozšiřují modely výnosových křivek právě o faktor kreditního rizika. Nejsou spojeny s kapitálovou strukturou - modelují proces defaultu dlužníka jako náhodný proces Poissonovského typu.

4 Stanovení kreditního rizika vybraného portfolia dluhových aktiv

V této části práce je výše popsaná teorie aplikována na portfolio reálných dluhopisů. Postupy a procesy popsané v kapitole 3.1.3 tedy budou využity v praktickém příkladě.

Cílem je pomocí aplikace metodologie CreditMetrics generovat metodou Monte Carlo rozdělení pravděpodobnosti dluhového portfolia, propočítat parametry tohoto rozdělení pravděpodobnosti a znázornit je graficky.

4.1 Zadání řešené úlohy

Manažer portfolia spravuje na počátku roku 2011 dluhopisy pěti podniků:

- A.P.Moller – Maersk Group (A.P.),
- ČEZ, a.s.,
- Mol Hungarian Oil and Gas Company (MOL),
- Orco Property Group (Orco),
- Unipetrol.

A.P. je dánský obchodní konglomerát, který je známější jako „Maersk“; hlavními obchodními aktivitami jsou přeprava (světově největší poskytovatel přepravy kontejnerovými loděmi) a energetický sektor. ČEZ, a.s. je společnost založená v roce 1992, jejímž hlavním akcionářem je ČR; stěžejním předmětem činnosti je výroba a prodej elektřiny a s ní související podpora elektrizační soustavy. MOL je maďarská ropná a plynárenská společnost operující především ve střední a východní Evropě. Orco je investor, developer a správce nemovitostí v oblasti realit a hotelnictví, zejména ve střední Evropě. Unipetrol je skupina působící v oblasti zpracování ropy a petrochemie ve střední a východní Evropě; od roku 2005 součást skupiny PKN Orlen.

Investiční horizont je stanoven na období jednoho roku, tedy od 1. 1. 2011 do 31. 12. 2011. Všechny uvedené dluhopisy jsou *senior unsecured*. Vstupní údaje týkající se jednotlivých dluhopisů jsou uvedeny v následující Tabulce:

Tabulka 4.1 Vstupní údaje

	A.P.	ČEZ	MOL	Orco	Unipetrol
Označení	D1	D2	D3	D4	D5
Rating	BBB	A	BB	CCC	BBB
Dluhopis	APMMEUR14	ČEZ VAR/14	MOL 1204 L/1	ORCO VAR/11	UNIPETROL VAR/13
NH (Kč)	25 085	1 000 000	902	10 000 000	1 000 000
Tržní cena (Kč)	26 465	1 050 000	875	10 000 000	1 000 000
Kup. sazba (% p.a.)	4,875	6,5	6	3,97	12,53
Datum splatnosti	30.10.2014	26.1.2014	26.4.2012	3.2.2012	28.12.2013
Počet D v port. (ks)	159	18	4435	1	12
Podíl v portfoliu (%)	8,59	38,58	7,92	20,41	24,5
Celkem investováno (Kč)	48 988 508				

Řádek „Označení“ představuje zkratky jednotlivých dluhopisů, které budou v práci využívány. Další řádek obsahuje ratingy poskytnuté renomovanými ratingovými agenturami pro jednotlivé společnosti na počátku roku 2011, viz Tabulka 4.2. Řádek „NH“ představuje nominální hodnoty jednotlivých dluhopisů. U dluhopisů D1 a D3 byly nominální hodnoty přepočteny na Kč dle kurzu ČNB ze dne 3. 1. 2011. Tržní cena představuje částku, za kterou byly dluhopisy pořízeny - dluhopisy byly nakoupeny na počátku roku 2011 za uvedené tržní ceny. Celkem je tedy investováno 48 988 508 Kč.

Tabulka 4.2 Počáteční ratingy

Společnost	Moody's	S&P	Sdružený rating
A.P. Moller	---	---	BBB ¹⁷
ČEZ, a.s.	A2	A-	A
MOL	---	BB+	BB
Orco	Caa1 ¹⁸	---	CCC
Unipetrol	Baa3	---	BBB

Zdroj: S&P, Moody's, Morningstar, konstrukce vlastní

¹⁷ Hodnocení dle agentury Morning Star.

¹⁸ Agentura Moody's vyřadila dne 23. 12. 2008 rating společnosti Orco Property Group (z obchodních důvodů). Poslední změna ratingu byla provedena dne 6. 8. 2008, kdy byl rating společnosti snížen na Caa1 s negativním výhledem.

Dále jsou dány historické denní ceny akcií jednotlivých společností. Tyto hodnoty za poslední rok a půl, tedy od 1. 7. 2009 do 31. 12. 2010, jsou uvedeny v Příloze 1. Údaje byly převzaty z RM-systému, Burzy cenných papírů v Praze, Budapešti a Amsterdamu.

Také musí být známa matice pravděpodobnosti přechodu. Použitá přechodová matice by vždy měla být stanovena na stejný časový horizont jako je horizont, pro který je stanovováno kreditní riziko. Proto musí být v uvedeném případě použita roční migrační matice, konkrétně to pro všechny společnosti bude matice uvedená v Tabulce 3.2.

Všechny dluhopisy obsažené v portfoliu jsou *senior unsecured*. Střední hodnota recovery rate pro tuto třídu dluhopisů je 51,13 % a směrodatná odchylka 25,45 % (viz Tabulka 3.3).

Úkolem je generovat metodou Monte Carlo rozdělení pravděpodobnosti uvedeného dluhového portfolia a propočítat parametry tohoto rozdělení pravděpodobnosti (střední hodnotu, směrodatnou odchylku, $VaR_{0,005}$ a ekonomický kapitál). Dále určit mezní riziko jednotlivých dluhopisů prostřednictvím marginálních směrodatných odchylek.

Dále se má ověřit, zda dluhopisy splňují stanovená kritéria kreditních limitů - měkký horizontální limit představovaný marginální směrodatnou odchylkou je stanovený na úroveň 2,5 %, tvrdý limit na 4 % a absolutní marginální riziko jednoho instrumentu (hyperbolický limit) může být maximálně 70 000 Kč. Úkolem je zjistit, zda jednotlivé dluhopisy tato kritéria splňují.

Předpokládá se, že výnosy aktiv mají normální rozdělení s parametry μ a σ , přičemž $\mu = 0$. Všechny dále uvedené tabulky byly získány vlastní konstrukcí.

4.2 Stanovení kreditního rizika

V této kapitole je pomocí metodologie CreditMetrics řešena úloha zadaná v Kapitole 4.1. Úkolem je tedy stanovit výši kreditního rizika pro dané portfolio dluhových instrumentů. Výpočty jsou řešeny prostřednictvím MS Excel.

4.2.1 Scénáře vývoje aktiv a přiřazení odpovídajících ratingů

Nejdříve se na základě časové řady historických cen akcií uvedených v Příloze 1 vypočítají výnosy těchto akcií dle vztahu (3.26).

Dále jsou pomocí *Řešitele* odhadnuty parametry α a σ Brownova geometrického procesu pro jednotlivé akcie. Účelovou funkcí je minimalizace reziduálního součtu čtverců, který je dán funkcí SUMA.ČTVERCŮ jednotlivých reziduí. Tato rezidua jsou určena dle vzorce (3.27). Protože jsou zadány denní ceny akcií (jsou tedy určeny denní výnosy), je Δt rovno 0,004 (=1/250). Měňenou buňkou je parametr α , omezující podmínky nejsou žádné. Poté se parametr σ dopočítá ze získaných reziduí dle vzorce (3.29). Vypočtené parametry jednotlivých akcií jsou uvedeny v Tabulce 4.3.

Tabulka 4.3 Parametry α a σ Brownova geometrického procesu

	A1	A2	A3	A4	A5
α	0,344	-0,028	0,398	0,296	0,396
σ (p.a.)	0,342	0,183	0,379	0,586	0,280

Je třeba ze získaných reziduí určit jejich korelační matici. Proto se nejdříve s využitím funkce SMODCH vypočítají směrodatné odchylky reziduí, poté se pomocí funkce COVAR stanoví kovarianční matice reziduí a následně se z ní vypočítá korelační matice reziduí dle vztahu (3.30). Korelační matice reziduí je znázorněna v Tabulce 4.4.

Tabulka 4.4 Korelační matice reziduí

	A1	A2	A3	A4	A5
A1	1	0,11927	0,10204	0,06920	0,08288
A2	0,11927	1	0,41267	0,27649	0,46199
A3	0,10204	0,41267	1	0,20092	0,46512
A4	0,06920	0,27649	0,20092	1	0,26604
A5	0,08288	0,46199	0,46512	0,26604	1

Je vidět, že nejvyšší korelace (0,46512) je mezi rezidui výnosů akcií A3 a A5, tedy společností MOL a UNIPETROL. Ze získané korelační matice reziduí a odhadnutých sigma se určí kovarianční matice C dle vztahu (3.31), viz Tabulka 4.5.

Tabulka 4.5 Kovarianční matice C

	A1	A2	A3	A4	A5
A1	0,1169	0,0075	0,0132	0,0139	0,0079
A2	0,0075	0,0335	0,0286	0,0296	0,0237
A3	0,0132	0,0286	0,1436	0,0446	0,0494
A4	0,0139	0,0296	0,0446	0,3429	0,0437
A5	0,0079	0,0237	0,0494	0,0437	0,0785

Následně je stanovena Choleskeho matice P dle rovnic (3.34 - 3.37):

Tabulka 4.6 Choleskeho matice P

	A1	A2	A3	A4	A5
A1	0,3420	0,0218	0,0387	0,0405	0,0232
A2	0	0,1818	0,1529	0,1582	0,1276
A3	0	0	0,3446	0,0547	0,0841
A4	0	0	0	0,5597	0,0320
A5	0	0	0	0	0,2315

Dále je pomocí *Generátoru pseudonáhodných čísel* vygenerován vektor nezávislých náhodných proměnných e z normálního normovaného rozdělení $\Phi(0;1)$ pro 10 000 scénářů pro každé aktivum.

Z tohoto vektoru je následně určen vektor závislých náhodných proměnných z dle vztahu (3.32). Konkrétně je využita funkce SOUČIN.MATIC. Jsou tedy určeny scénáře náhodných výnosů jednotlivých aktiv včetně vzájemných závislostí.

Poté jsou z matice pravděpodobnosti přechodu určeny hodnoty *thresholds*, tedy intervaly rozdělení pravděpodobnosti na bázi normovaného normálního rozdělení. Je využita funkce NORMSINV(α). Získané hodnoty pro jednotlivé společnosti jsou uvedeny v Tabulce 4.7.

Tabulka 4.7 Thresholds pro jednotlivé společnosti

Nový rating	<i>Thresholds</i> 1	<i>Thresholds</i> 2	<i>Thresholds</i> 3	<i>Thresholds</i> 4	<i>Thresholds</i> 5
AAA	---	---	---	---	---
AA	1,21	0,57	1,30	1,67	0,99
A	0,92	0,36	1,11	1,67	0,76
BBB	0,52	-0,28	0,91	1,54	0,43
BB	-0,51	-0,42	0,52	1,24	-0,42
B	-0,74	-0,50	-0,47	1,02	-0,61
CCC	-0,94	-0,58	-0,77	0,60	-0,77
Default	-1,00	-0,59	-0,87	-0,50	-0,82

Z Tabulky 4.7 vyplývá například to, že pokud hodnota akcií A3 (MOL) klesne o 87 % a více, společnost defaultuje. Pokud naopak hodnota vzroste o více než 130 %, měla by dosáhnout ratingového hodnocení AAA atd.

Jakmile jsou určeny hodnoty *thresholds* a jednotlivé scénáře výnosů aktiv, přiřadí se scénářům odpovídající ratingové stupně. K tomu je využita funkce $VVYHLEDAT(z; Tabulka; Řádek; PRAVDA)$, kde z je náhodná proměnná, *Tabulka* je oblast mezních hodnot *thresholds*; *Řádek* je číslo řádku obsahující označení hodnoty intervalu (jednotlivé ratingy) a *PRAVDA* znamená, že se bere nejbližší vyšší odpovídající hodnota, přičemž hodnoty jsou seřazeny vzestupně.

4.2.2 Hodnota dluhopisů na konci rizikového horizontu

Po přiřazení odpovídajících ratingů jednotlivým scénářům je třeba stanovit nové hodnoty jednotlivých dluhopisů (V) v případě nedefaultních scénářů (v závislosti na generovaných hodnoceních). Pro každý dluhopis a každý možný rating emitenta daného dluhopisu se stanoví jeho hodnota V dle vzorce (3.21), kde r jsou dány Tabulkou 3.4. Výsledné hodnoty jsou uvedeny v Tabulce 4.8.

Tabulka 4.8 Hodnota dluhopisů na konci rizikového horizontu v závislosti na generovaném ratingu (v Kč)

Rating	Hodnota dluhopisů na konci rizikového horizontu				
	V1	V2	V3	V4	V5
AAA	4 201 768	19 797 979	4 270 390	10 399 679	15 399 073
AA	4 196 595	19 779 969	4 269 760	10 399 220	15 386 435
A	4 181 448	19 727 979	4 268 879	10 398 578	15 361 633
BBB	4 148 522	19 612 456	4 264 103	10 395 095	15 273 497
BB	3 997 818	19 083 707	4 245 983	10 381 825	14 941 760
B	3 882 009	18 676 130	4 239 772	10 377 258	14 711 581
CCC	3 370 844	16 777 254	4 131 183	10 295 750	13 017 621

Z uvedené tabulky je vidět, že hodnota V je v případě všech dluhopisů tím vyšší, čím vyšší je ratingové ohodnocení a naopak klesá se zhoršujícím se ratingem.

Musí být stanovena také hodnota dluhopisů v případě defaultu. K tomu se nejdříve pomocí *Generátoru pseudonáhodných čísel* vygeneruje 10 000 náhodných proměnných r z rovnoměrného rozdělení $R(0;1)$. Poté se pomocí procedury inverzní transformace popsané rovnicí (3.38) určí náhodné proměnné q z Beta rozdělení. Přitom pro stanovení inverzní funkce je využita funkce MS Excel $BETAINV(r;a;b)$, kde a a b jsou parametry recovery rate. Parametry jsou získány z Tabulky 3.3. Dluhopisy v uvažovaném portfoliu jsou *senior unsecured*, tedy parametr a je 51,13 a parametr b 25,45.

Poté se určí nové hodnoty dluhopisů v případě jednotlivých scénářů:

- v případě nedefaultních scénářů je hodnota V stanovena v závislosti na simulovaném ratingu z Tabulky 4.8,
- v případě defaultu se V vypočítá pomocí vzorce (3.39).

Následně se určí přírůstky portfolia $\Delta\Pi$ dle vztahu (3.40), kde hodnota hodnota dluhového portfolia na počátku je dána součtem tržních cen, za které byly dluhopisy pořízeny, tedy 48 988 508 Kč.

4.2.3 Kvantifikace kreditního rizika

Ze simulovaných přírůstků portfolia se určí parametry rozdělení pravděpodobnosti kreditního rizika. Pomocí funkce PRŮMĚR se stanoví střední hodnota přírůstku portfolia. Její záporná hodnota je poté střední hodnota ztráty.

Jednou ze základních statistik kvantifikace kreditního rizika je směrodatná odchylka. Ta vypovídá o tom, jak jsou hodnoty rozptýleny kolem střední hodnoty a platí, že čím menší směrodatná odchylka, tím menší riziko. Pro výpočet směrodatné odchylky je využita funkce SMODCH a je možno ji určit pro jednotlivé obligace bez ohledu na ostatní obligace nebo pro portfolio jako celek a to jak v absolutním, tak v relativním vyjádření, viz Tabulka 4.9.

Tabulka 4.9 Směrodatné odchylky

Dluhopis	Investovaná částka (v Kč)	Střední hodnota po simulaci (v Kč)	Směrodatná odchylka		Marginální směrodatná odchylka	
			Kč	%	Kč	%
D1	4 207 883	4 136 124	80 852	1,95	4 719	0,11
D2	18 900 000	19 713 245	148 007	0,75	19 876	0,10
D3	3 880 625	4 226 572	179 680	4,25	24 850	0,59
D4	10 000 000	9 592 118	1 467 083	15,29	1 134 923	11,83
D5	12 000 000	15 237 426	338 690	2,22	68 305	0,45

Z Tabulky 4.9 je vidět, že samostatně držený je nejvíce rizikový dluhopis D4 společnosti Orco, protože má největší směrodatnou odchylku. To koresponduje s tím, že daný dluhopis má ve zkoumaném portfoliu nejnižší ratingové hodnocení CCC.

Protože však kreditní riziko nemá normální rozdělení, nepatří směrodatná odchylka mezi jeho nejpřesnější měřítka. Vhodnějším ukazatelem je marginální směrodatná odchylka, která se vypočítá jako rozdíl hodnoty směrodatné odchylky celého portfolia a portfolia bez daného dluhopisu. Marginální směrodatná odchylka tedy umožňuje určit, jakou měrou přispívají jednotlivé instrumenty k celkovému riziku portfolia. Z Tabulky 4.9 je vidět, že rovněž pro tento parametr dosahuje výrazně horších hodnot dluhopis D4, jehož marginální směrodatná odchylka dosahuje v relativním vyjádření 11,83 %.

Další ze základních parametrů vyjadřujících velikost kreditního rizika jsou percentily. V rámci diplomové práce byla zvolena hladina spolehlivosti na úrovni 99,5 %. Hodnota Var_{α} se stanoví pomocí funkce $PERCENTIL(Pole;k)$. Výsledek je poté z toho záporná hodnota.

Dále je dle vzorce (3.44) stanoven ekonomický kapitál. Souhrnné výsledné hodnoty jsou zachyceny v Tabulce 4.10.

Tabulka 4.10 Parametry rozdělení pravděpodobnosti dluhového portfolia (v Kč)

Střední hodnota	3 916 977
Směrodatná odchylka	1 579 912
Střední hodnota ztráty	-3 916 977
$Var_{0,005}$	1 099 937
Ekonomický kapitál	5 016 914

Pro zjištění rozdělení pravděpodobnosti kreditního rizika je využita funkce $\check{C}ETNOSTI(Data;Hodnoty)$, kde *Data* představují pole s přírůstky portfolia (tedy zisky portfolia), *Hodnoty* jsou pak meze intervalů, kterým mají být data přiřazena. Intervaly jsou určeny tak, že se stanoví nejmenší a největší hodnota přírůstku portfolia pomocí funkcí $MIN()$ a $MAX()$; a poté se určí ekvidistantní interval pro 50 intervalů a propočtou se meze jednotlivých intervalů. Zadá se funkce $\check{C}ETNOSTI(Data;Hodnoty)$. Poté se stanoví pravděpodobnost jednotlivých intervalů a sestaví se bodový graf hustoty pravděpodobnosti, kde na ose *x* je zisk a na ose *y* pravděpodobnost, viz Obr. 4.1. Zdrojová data Obr. 4.1 jsou uvedena v Příloze 2.

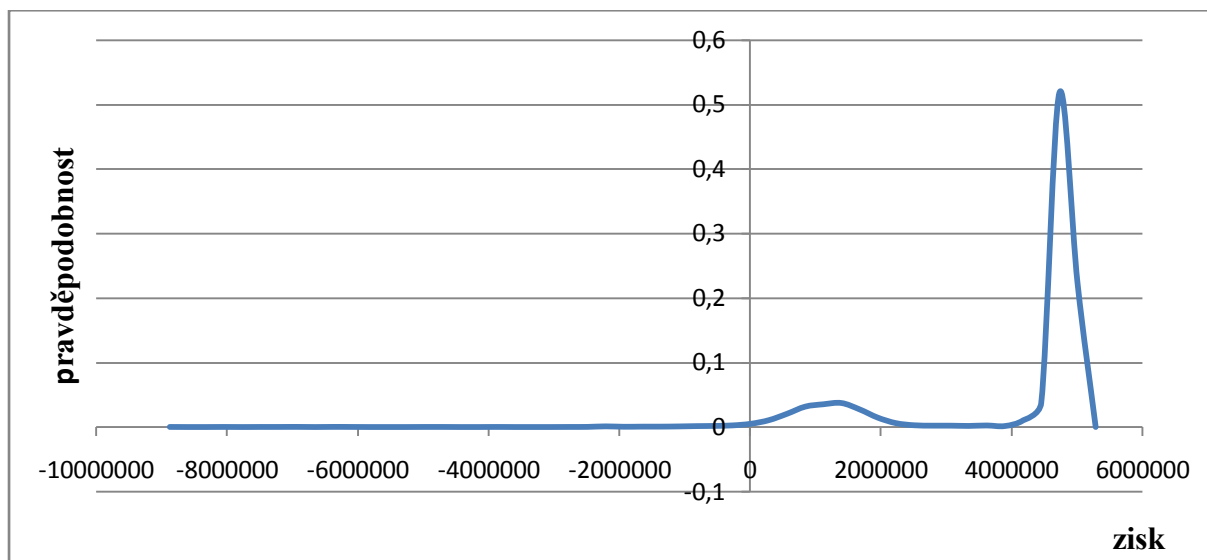
4.3 Vyhodnocení výsledků

Řešení je obsaženo v Tabulce 4.10. Tedy střední hodnota ztráty = -3 916 977 Kč a směrodatná odchylka $\sigma = 1\,579\,912$ Kč. *Value at Risk* na hladině pravděpodobnosti 0,5 % je $Var_{0,005} = 1\,099\,937$ Kč, což znamená, že ztráta bude s pravděpodobností 0,5 % větší nebo rovna 1 099 937 Kč. Ekonomický kapitál, který by investor měl držet pro krytí případných nečekaných ztrát, je 5 016 914 Kč.

Na Obr. 4.1 je vidět, že rozdělení pravděpodobnosti kreditního rizika není symetrické. Je vidět tzv. těžký konec (*fat tail*), který je typický pro rozdělení pravděpodobnosti

dluhového portfolia. Potvrdil se známý fakt, že s vysokou pravděpodobností budou dluhy splaceny a bude tedy dosaženo zisku; a že s malou pravděpodobností může dojít k vysokým ztrátám. Nezvyklý je menší „vrchol“; je pravděpodobně způsoben malým rozsahem portfolia.

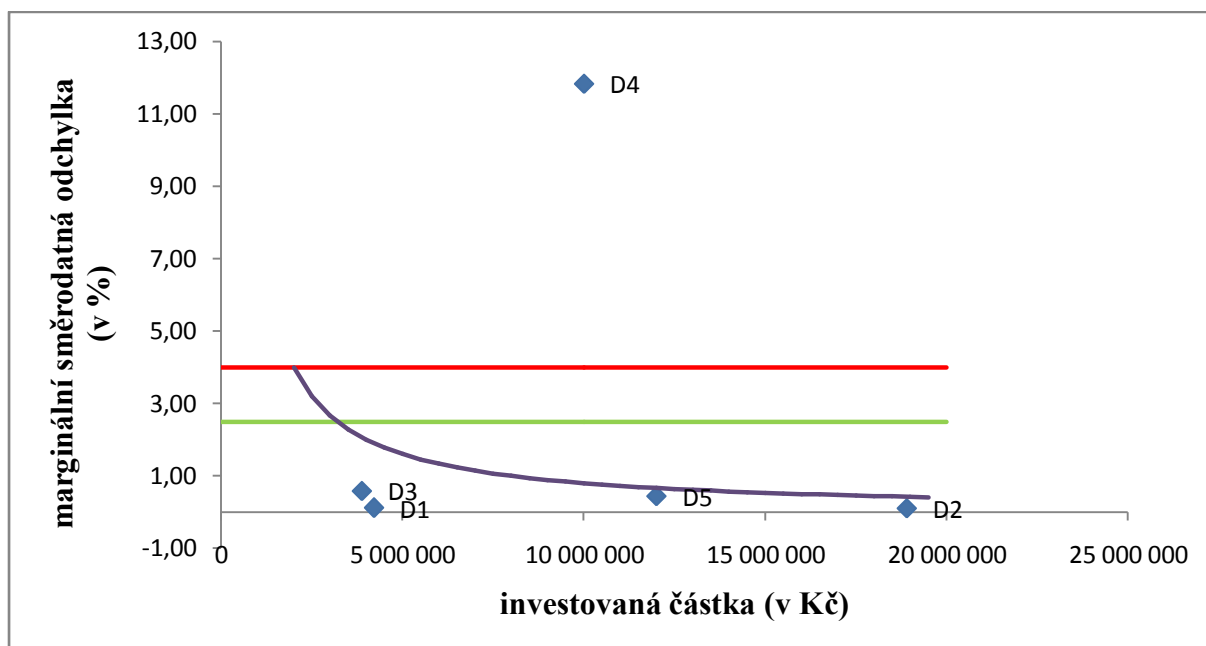
Obr. 4.1 Rozdělení pravděpodobnosti dluhového portfolia



V rámci řízení kreditního rizika je důležité nejen určit jeho výši, ale také ze získaných dat vyvodit závěry. Ekonomický kapitál daného dluhového portfolia je 5 016 914 Kč, což znamená, že banka (investor) by měla držet kapitál minimálně v této výši, aby pokryla případnou neočekávanou ztrátu. Ekonomický kapitál je totiž stanoven tak, aby kryl jiné než očekávané ztráty. Pokud tedy investor bude udržovat kapitál minimálně na vypočtené výši, bude za předpokladu, že nemá jiné aktivity, solventní po dobu jednoho roku s pravděpodobností 99,5 %.

Efektivní možností řízení kreditního rizika je využití kreditních limitů, které byly popsány na konci kapitoly 3.1.3. Na Obr. 4.2 jsou graficky znázorněny jednotlivé limity stanovené pro zkoumané portfolio.

Obr. 4.2 Limity kreditního rizika



Horizontální měkký limit byl stanoven na úroveň 2,5 % a tvrdý na 4 %. Graficky jsou tyto limity znázorněny na Obr. 4.2 horizontálními přímkami. Všechny dluhopisy oba limity splňují, s výjimkou dluhopisu D4 společnosti Orco. Ten dosahuje marginální směrodatné odchylky 11,83 %, což je téměř trojnásobek stanoveného tvrdého limitu. Tento dluhopis tedy přispívá vysokou měrou k celkovému riziku portfolia a je nutné jej z portfolia vyřadit.

Hyperbolický limit znázorněný fialovou čarou je znázorněn křivkou stejného absolutního marginálního rizika, které bylo stanoveno na výši 70 000 Kč. Tento limit slouží k omezení absolutního příspěvku jednotlivého dluhopisu k celkovému riziku portfolia; dluhopisy s menším podílem na celkové investované částce tedy mohou mít vyšší marginální směrodatnou odchylku než dluhopisy tvořící podstatnější část portfolia. Tento limit je opět výrazně překročen v případě dluhopisu D4, což potvrzuje nutnost jeho vyřazení z portfolia.

Ačkoliv jsou kreditní limity efektivním způsobem řízení kreditního rizika, stanovení výše jednotlivých limitů i každé konkrétní rozhodnutí vždy závisí na sklonu k riziku manažera portfolia a na jeho preferencích.

5 Závěr

Cílem diplomové práce bylo stanovit výši úvěrového rizika portfolia dluhových aktiv metodou CreditMetrics.

V teoretické části byly popsány vybrané modely kvantifikace úvěrového rizika. Důraz byl kladen na strukturální modely, mezi jejichž přednosti patří zejména aplikační výhody v oblasti predikce úpadku dlužníka v čase. Tyto modely rovněž poskytují relevantní informace o úvěrové kvalitě zkoumaného subjektu. Na druhou stranu jsou však vázány na řadu předpokladů.

Stěžejní byla kapitola 3.1.3 popisující metodu CreditMetrics jak pro jeden instrument, tak pro dluhové portfolio. Teoretická východiska byla poté použita v kapitole 4 pro stanovení výše kreditního rizika portfolia složeného z pěti dluhopisů s celkovou investovanou částkou 48 988 508 Kč a rizikovým horizontem jednoho roku od 1. 1. 2011 do 31. 12. 2011.

Úloha byla řešena simulací Monte Carlo s využitím softwaru MS Excel. Na základě historické řady cen akcií byly odhadnuty parametry α a σ Brownova geometrického procesu pro jednotlivé akcie. Dále bylo vygenerováno 10 000 scénářů náhodného vývoje výnosů jednotlivých aktiv a následně byly jednotlivým scénářům přiřazeny odpovídající ratingy. Pro zohlednění vzájemných závislostí byl využit Choleskeho algoritmus. Byly vypočteny nové hodnoty jednotlivých dluhopisů v závislosti na generovaném ratingovém hodnocení a určeny hodnoty portfolia pro všech 10 000 scénářů. Ze simulovaných přírůstků portfolia byly určeny parametry rozdělení pravděpodobnosti.

Bylo vyčísleno jak mezní riziko, které charakterizuje příspěvek jednotlivých dluhopisů k celkovému riziku portfolia, tak riziko portfolia jako celku. Nejvíce přispívá k celkovému riziku portfolia dluhopis D4 společnosti Orco, jehož marginální směrodatná odchylka je 11,83 %. Vypočtená výše *Value at Risk* na hladině pravděpodobnosti 0,5 % je 1 099 937; tedy ztráta bude na konci roku s pravděpodobností 0,5 % větší nebo rovna 1 099 937 Kč. Ekonomický kapitál, který představuje výši případných nečekaných ztrát, je 5 016 914 Kč. Investor by tedy za předpokladu, že nemá jiné aktivity, měl udržovat kapitál minimálně na vypočtené výši, aby byl solventní po dobu jednoho roku s pravděpodobností 99,5 %.

Na základě stanovených kreditních limitů bylo zhodnoceno dané portfolio. Bylo zjištěno, že by zejména bylo vhodné z portfolia vyloučit dluhopis D4 společnosti Orco, který

výrazně překračuje stanovené horizontální a hyperbolické limity. Nutnost jeho vyřazení je patrná již z toho, že společnost dosáhla velmi nízkého ratingového hodnocení (CCC).

Seznam použité literatury

Knihy, příspěvky ve sborníku

BALTHAZAR, L. *From Basel 1 to Basel 3: The Integration of State-of-the-art Risk Modelling in Banking Regulation*. 1st ed. Basingstoke: Palgrave Macmillan, 2006. 294 s. ISBN 1-4039-4888-7.

DUFFIE D.; SINGLETON K. J. *Credit Risk: Pricing, Measurement, and Management*. 2nd ed. Princeton: Princeton University Press, 2003. 396 s. ISBN 0-691-09046-7.

LÜTKEBOHMERT, E. *Concentration Risk in Credit Portfolios*. 1st ed. Berlin: Springer-Verlag, 2009. 225 s. ISBN 978-3-540-70869-8.

McNEIL, A. J.; FREDY, R.; EMBRECHTS, P. *Quantitative Risk Management: Concepts, Techniques and Tools*. Princeton: Princeton University Press, 2005. 538 s. ISBN 0-691-12255-5.

NOVOTNÝ, J. Srovnání kapitálového požadavku na kreditní riziko dle NBCA s ekonomickým kapitálem dle CreditMetrics. *Řízení a modelování finančních rizik*, 6. – 7. září 2006, s. 198-208. ISBN 80-248-1159-6.

VALECKÝ, J.; KRESTA, A. Analytické stanovení hodnoty Value at Risk a Expected Shortfall za předpokladu smíšeného normálního rozdělení pravděpodobnosti. *Řízení a modelování finančních rizik*, 2010, s. 48-57. ISBN 978-80-248-2306-5.

ZMEŠKAL, Z. a kolektiv *Finanční modely*. 1. vyd. Praha: Ekopress, s.r.o., 2004. 236 s. ISBN 80-86119-87-4.

Tištěná periodika

CROUHY, M.; GALAI, D.; MARK, R. A Comparative Analysis of Current Credit Risk Models. *Journal of Banking & Finance*, 2000, roč. 24, č. 1-2, s. 59-117. ISSN 1368-6933.

MERTON, R. C. On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rates. *Journal of Finance*, 1974, roč. 29, č. 2, s. 449-470. ISSN 1479-9753.

Elektronické publikace

GRONYCHOVÁ, M. *Měření kreditního rizika – model CreditMetrics* [online], 2008. Dostupný z WWW: <<http://www.actuaria.cz/upload/Kreditni%20riziko.pdf>>.

MORGAN, J. P. *CreditMetricsTM – Technical Document* [online], 1997. Dostupný z WWW: <<http://www.ma.hw.ac.uk/~mcneil/F79CR/CMTD1.pdf>>.

NĚMEČEK, T. *Modelování rizikovosti úvěrových portfolií* [online], 2008. Dostupný z WWW: <<http://www2.humusoft.cz/www/papers/finsem08/Nemecek.pdf>>.

Diplomové a disertační práce

ONDER, Š. *Úvěrové riziko a redukované modely*, 2004. Disertační práce, Vysoká škola ekonomická v Praze.

PEŠKA, M. *The Applicability of Merton's Credit Risk Model in the Czech Republic*, 2007.

Diplomová práce, Univerzita Karlova v Praze.

Sokorová, T. *Stanovení kreditního rizika pomocí metodologie CreditMetrics na portfoliu dluhových aktiv*, 2009. Diplomová práce, VŠB-TU Ostrava.

Použité internetové odkazy

www.bse.hu	Burza cenných papírů Budapešť
www.cez.cz	Skupina ČEZ
www.cnb.cz	Česká národní banka
www.maersk.com	Maersk Group
www.mol.hu/en	MOL Group
www.moodys.com	Ratingová agentura
www.moodyskmv.com	Poskytovatel úvěrových analýz

www.morningstar.com	Ratingová agentura
www.nasdaqomxnordic.com	Burza cenných papírů Kodaň, součást NASDAQ OMX Group
www.orcogroup.com	Orco Property Group
www.patria.cz	Finanční skupina Patria
www.pse.cz	Burza cenných papírů Praha
www.rmsystem.cz	RM-systém
www.standardandpoors.com	Ratingová agentura
www.unipetrol.cz	Skupina Unipetrol

Seznam zkratk

A	Akcie
A.P.	A.P.Moller – Maersk Group
CDS	Credit Default Swap
ČNB	Česká národní banka
ČR	Česká republika
D	Dluhopis
GBP	Geometrický Brownův proces
Kč	Česká koruna
MOL	Mol Hungarian Oil and Gas Company
Orco	Orco Property Group
S&P	Standard and Poor's

Prohlášení o využití výsledku diplomové práce

Prohlašuji, že

- jsem byl(a) seznámen (a) s tím, že na mou diplomovou (bakalářskou) práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. – autorský zákon, zejména § 35 – užití díla v rámci občanských a náboženských obřadů, v rámci školních představení a užití díla školního a § 60 – školní dílo;
- beru na vědomí, že Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava (dále jen VŠB-TUO) má právo nevýdělečně, ke své vnitřní potřebě, diplomovou (bakalářskou) práci užít (§ 35 odst. 3);
- souhlasím s tím, že diplomová (bakalářská) práce bude v elektronické podobě archivována v Ústřední knihovně VŠB-TUO a jeden výtisk bude uložen u vedoucího diplomové (bakalářské) práce. Souhlasím s tím, že bibliografické údaje o diplomové (bakalářské) práci budou zveřejněny v informačním systému VŠB-TUO;
- bylo sjednáno, že s VŠB-TUO, v případě zájmu z její strany, uzavřu licenční smlouvu s oprávněním užít dílo v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona;
- bylo sjednáno, že užít své dílo, diplomovou (bakalářskou) práci, nebo poskytnout licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem VŠB-TUO, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly VŠB-TUO na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše).

V Ostravě dne 21. 6. 2011

Adresa trvalého pobytu:

Bohumíra Četyny 932/6

Ostrava 700 30

.....
Hana Kapošváryová

Seznam příloh

Příloha 1 Ceny akcií od 1. 7. 2009 do 31. 12. 2010

Příloha 2 Zdrojová data pro stanovení rozdělení pravděpodobnosti přírůstků portfolií